أسس الهندسة الكهربائية



«المحاضرة الأولى»

منذ اكتشاف الكهرباء في مطلع القرن الثامن عشر ، أخذ العلماء على عاتقهم البحث الجاد عن مفهوم للتيار الكهربائي فتم تعريفه بأنه سريان للالكترونات التي تنتقل من ذرة لأخرى بكميات هائلة مشكلة التيار .

وبالتالي يمكن أن نقسم الكهرباء حسب نوع تيارها إلى ثلاثة أقسام

أ - الكهرباء الساكنة : والتي تنتج عن احتكاك جسم ناقل للكهرباء بجسم ناقل آخر فيتم اكتساب أحد الجسمين من الآخر كمية من الالكترونات نتيجة انتقالها من سطح الناقل الأول إلى سطح الناقل الآخر وبالتالي نحصل لدينا شحنة من الكهرباء يتم تفريغها وانتقالها من جسم إلى آخر عند ملامسة الجسم المشحون بها إذا ما تعاكست قطبية الالكترونات

ب - كهرباء التيار المستمر : والتي نحصل عليها نتيجة توليدها من مولدات للتيار المستمر ضمن عناصر خاصة بالدارة الكهربائية للتيار المستمر

ج - كهرباء التيار المتناوب : والتي نحصل عليها من منابع جهد متناوب نتيجة لتصميم الآلة المولدة لهذا النوع من التيار الكهربائي

سنتناول في هذا الفصل دارات التيار المستمر والمتناوب وأنواع المولدات والمحركات لكل منهما وبعض الأجهزة الخاصة والتي تستخدم تكنولوجيا أحد النوعين من التيار الكهربائي . إضافة للمعادلات الرياضية التي تشرح المفهوم الفيزيائي والعملي لكل نوع من أنواع التيارين إضافة لدارتهما الرئيسية .

دارات التيار المستمر :

تتألف دارات التيار المستمر من مولدات تيار مستمر - مقاومات أومية ثابتة أو متغيرة - أسلاك توصيل ناقلة للتيار الكهربائي .

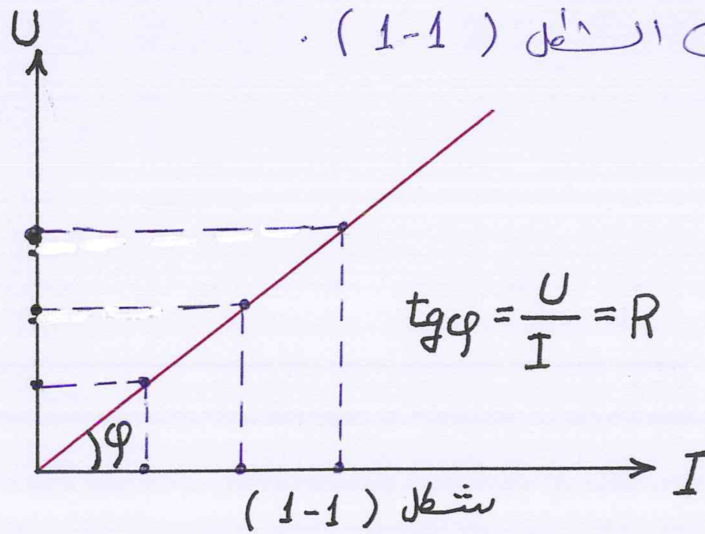
إذا كانت المقاومات الأومية التي تدخل في تكوين دارة التيار المستمر جميعها ثابتة، دعونا دارة التيار المستمر بالدارة الخطية.

أما إذا حوت الدارة مقاومة أومية واحدة أو أكثر متغيرة عندها ندعوا الدارة بالدارة غير الخطية.

عادة نطلق على المقاومات بالعناصر الساكنة أو المسالمة كونها عناصر غير فعالة، أما مولدات التيار المستمر فندعوها بالعناصر الفعالة. من هنا نعرف السبب بإطلاق تسمية الدارة غير الفعالة على دارة كهربائية تحوي فقط مقاومات.

دارة التيار المستمر الخطية:

عندما تتغير شدة التيار الكهربائي (I) مع التوتر المطبق على عناصر الدارة بشكل خطي، فإننا نحصل على دارة تيار مستمر خطية، يوضح ذلك الشكل (1-1).



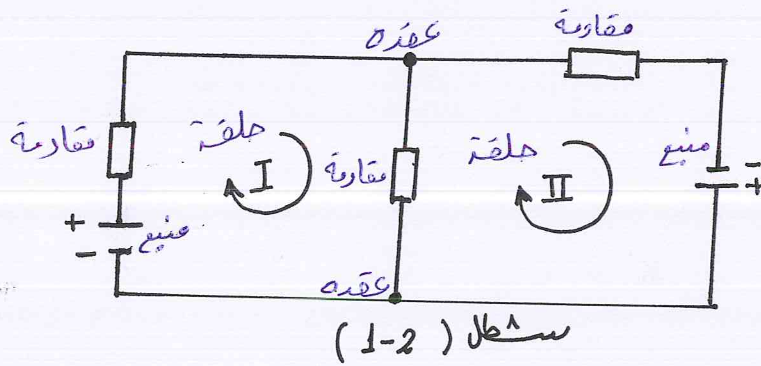
شكل (1-1)

من أجل رسم دارة التيار المستمر الخطية رسماً كهربائياً فإننا نرمز بـ (L) لعدد فروع الدارة و (N) لعدد العقد في الدارة (أي نقاط التقاء ثلاثة فروع على الأقل) وبالتالي يكون عدد حلقات الدارة يعرف بالعلاقة $B = L - N + 1$.

الشكل (2-1) يوضح لنا التمثيل الكهربائي للدارة المذكورة أعلاه.

فإذا كان لدينا /3/ فروع في الدارة ، ولدينا (2) عقدة في الدارة فإن عدد الحلقات يكون $B = L - N + 1 = 3 - 2 + 1 = 2$

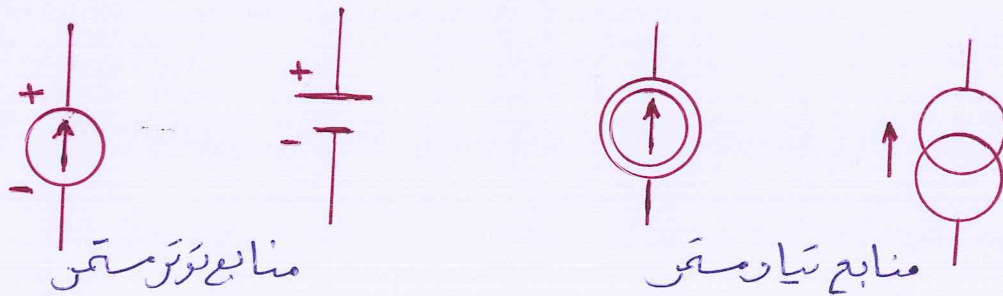
وبالتالي نستطيع رسم الشكل المطلوب:



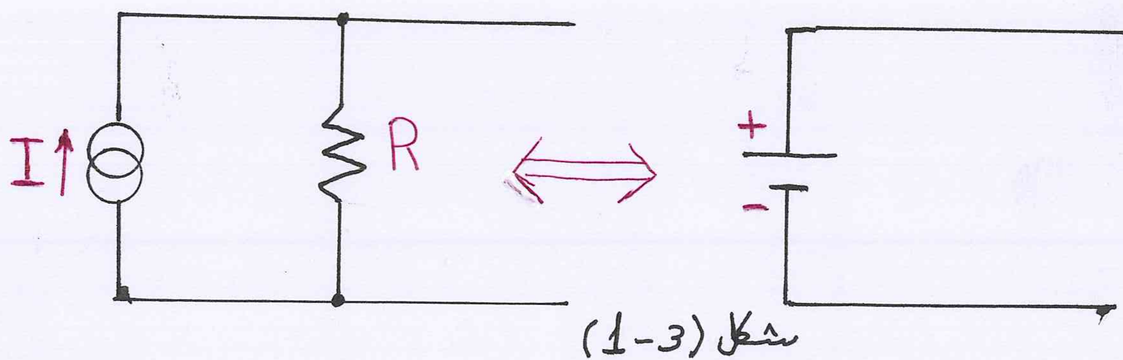
شكل (1-2)

من الشكل يتضح بأن دارات التيار المستمر تحوي فقط على منابع جهد مستمر ومقاومات ، أما دارات التيار المتناوب فسوف نرى لاحقاً بأنها تحتوي على منابع جهد متناوبة ومقاومات وعناصر أخرى (الوشائع والمكثفات..الخ).

رموز عناصر الدارة الخطية المستمرة:



يمكن أن يتم تحويل منبع التيار المستمر إلى منبع توتر مستمر وفقاً للعلاقة التالية $E = I \cdot R$ وبالتالي نستطيع أن نرسم الدارة تخطيطياً كما يلي بشكل (1-3):

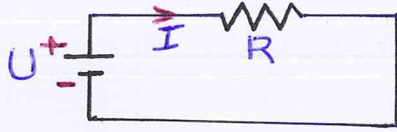


شكل (1-3)

« المحاضرة الثانية »

قانون أوم:

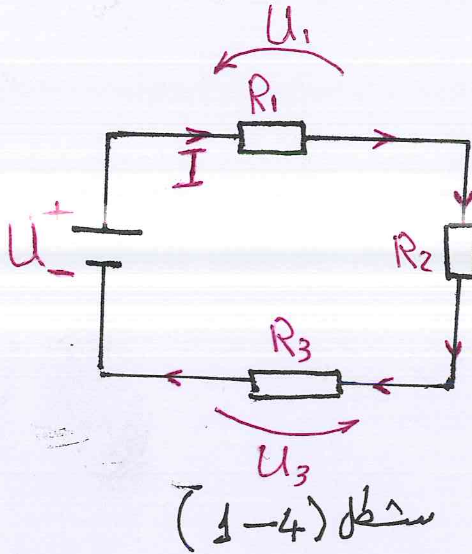
إذا طبقنا جهداً كهربائياً بين طرفي مقاومة فإن التيار المار يعطى بالعلاقة التالية:



$$I = \frac{U}{R}$$

الدارات المكافئة لعناصر استهلاك الطاقة في دارات التيار المستمر:

1- الوصل التسلسلي:



شكل (1-4)

إن الوصل التسلسلي لعدة مقاومات يبينه الشكل (1-4)، فإذا كان لدينا عدة مقاومات موصولة على التسلسل $(R_1, R_2, \dots, R_n)$ وكانت الكمونات المتوافقة معهم على التوالي $(U_1, U_2, \dots, U_n)$ يكون التوتر الكلي للدارة:

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n \quad \text{----} (1\text{-}1)$$

أما التيار الكلي للدارة فيكون هو نفسه أي متساوٍ في جميع أجزاء الدارة:

$$I = I_1 = I_2 = \dots = I_n \quad \text{---} (1\text{-}2)$$

بتطبيق قانون أوم نكتب:

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= I_1 \cdot R_1 \\ U_2 &= I_2 \cdot R_2 \\ &\vdots \\ U_n &= I_n \cdot R_n \end{aligned}\right\} \begin{aligned} U &= U_1 + U_2 + \dots + U_n \\ U &= I_1 R_1 + I_2 R_2 + \dots + I_n R_n \end{aligned}$$

حسب $\Leftarrow (1\text{-}2)$

$$U = I(R_1 + R_2 + \dots + R_n)$$

وبالتالي:

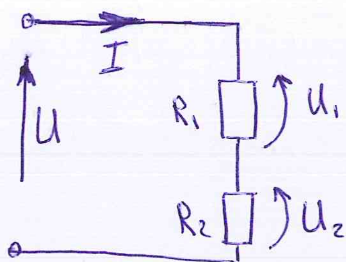
$$U = I R_{eq} \quad \dots$$

حيث:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad \text{---} (1\text{-}3)$$

هي المقاومة المكافئة لعدة مقاومات مجموعات (مربوطات) على التسلسل.

2- قانون مجزء الجهد :



إذا كان لدينا في دارة تسلسلية مقاومتان موصولتان تسلسلياً إلى منبع جهد ما نستطيع أن نكتب التالي :

$$U_1 = I R_1 \quad , \quad U_2 = I R_2 \quad , \quad U = I \overset{Req}{(R_1 + R_2)}$$

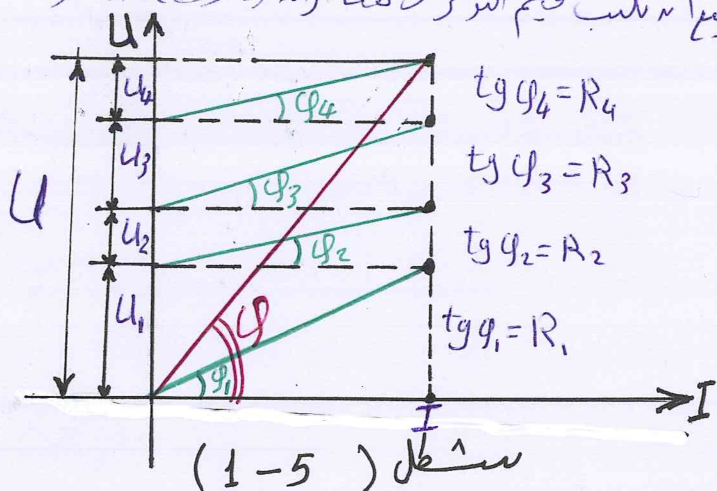
$$\Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{I R_1}{I R_2} \Rightarrow U_1 = U_2 \frac{R_1}{R_2} \quad , \quad U_2 = U_1 \frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{U_1}{U} = \frac{I R_1}{I(R_1+R_2)} \Rightarrow U_1 = U \frac{R_1}{(R_1+R_2)} \quad , \quad U_2 = U \frac{R_2}{(R_1+R_2)}$$

وبشكل عام إذا كانت الدارة التسلسلية تحوي عدة مقاومات فإن قانون مجزء التوتر يعطى بالعلاقة :

$$U_K = U \frac{R_K}{\sum R} \quad \cdots\cdots (1-4)$$

إذا أردنا تمثيل الدارة التسلسلية تخطيطياً يمكننا ذلك لنفرض أننا على سبيل المثال نتألف من منبع توتر (U) وعدة مقاومات (R_1, R_2, R_3, R_4)
باستخدام قانون مجزء التوتر نستطيع أن نكتب قيم التوترات لعناصر الدارة وفقاً لما هو موضح بالشكل (1-5) ⇐



شكل (1-5)

$$U_1 = U \frac{R_1}{\sum R}$$

$$U_2 = U \frac{R_2}{\sum R}$$

$$U_3 = U \frac{R_3}{\sum R}$$

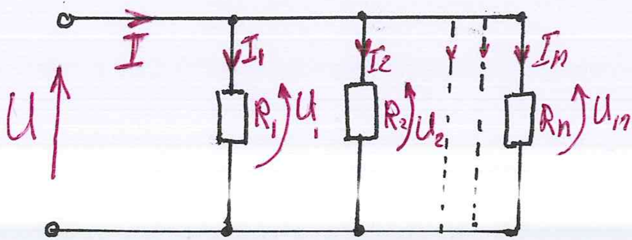
$$U_4 = U \frac{R_4}{\sum R}$$

$$\sum R = R_{eq} = tg\varphi$$

حيث (I) - تيار الدارة الكلية تكون قيمته ثابتة ونفسها لجميع مقاومات الدارة .

3- الوصل التفرعي (على التوازي) :

لو كان لدينا دارة مكونة من عدة مقاومات $(R_1, R_2, \dots, R_n)$ موصولة على التفرع ، وكان لدينا منبع توتر U وبالتالي تيار كلي للدارة (I) وتيارات فرعية تمر على التوالي بالمقاومات $(I_1, I_2, \dots I_n)$



تكتب علاقات الدارة التفرعية بالاعتماد على قانون أوم ومن الشكل :

$$U = U_1 = U_2 = \dots = U_n \quad \dots (1-6)$$

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n \quad \dots (1-7)$$

$$\frac{U}{R_{eq}} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \dots + \frac{U_n}{R_n}$$

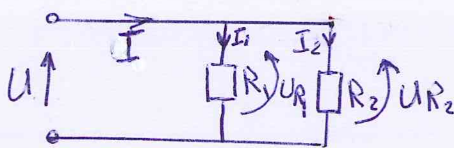
باستخدام العلاقة $(1-6) \Leftarrow$

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}} \quad \dots (1-8)$$

وهي علاقة جمع المقاومات على التوازي أو على التفرع وإذا علمنا أن مقلوب المقاومة هو ما يدعى بالسماحية أو الناقلية ورمزنا لها بالرمز $(G) \Leftarrow$

$$\boxed{G_{eq} = G_1 + G_2 + \dots + G_n} \quad \dots (1-9)$$

4- مجزء التيار :



ليكن لدينا دارة تفرعية مكونة من مقاومتين R_1 ، R_2 ، وبذلك وحسب الشكل فإن التيار الكلي (I) سيتجزأ إلى (I_1) و (I_2) حيث

$$I = \frac{U}{R_{eq}}$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad , \quad I_1 = \frac{U}{R_1} \quad , \quad I_2 = \frac{U}{R_2} \Rightarrow$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow I_1 = I_2 \frac{R_2}{R_1} \;,\; I_2 = I_1 \frac{R_1}{R_2} \quad \cdots (1-10)$$

$$\frac{I}{I_1} = \frac{U/R_{eq}}{U/R_1} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = I \cdot \dfrac{R_2}{R_1+R_2} \\ I_2 = I \cdot \dfrac{R_1}{R_1+R_2} \end{cases} \quad \cdots (1-11)$$

حيث أن: $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

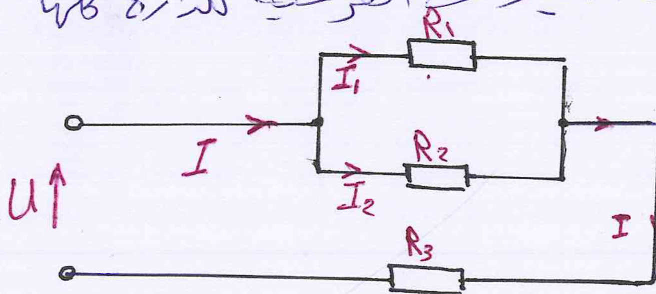
$$I_1 = I \cdot \frac{U/R_{eq}}{U/R_1} = I \cdot \frac{R_{eq}}{R_1} \Rightarrow$$

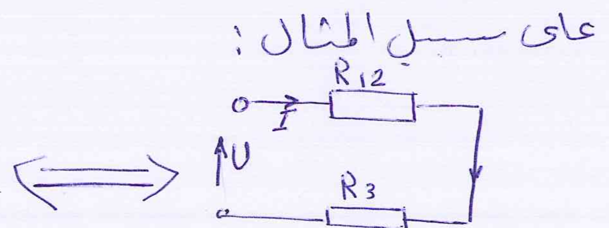
$$I_K = I \cdot \frac{R_{eq}}{R_K}$$

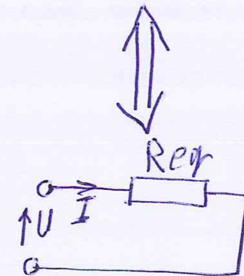
العلاقات السابقة (1-10) و (1-11) تدعى علاقات مجزئ التيار.

5- الوصل المختلط (التسلسلي والتفرعي):

المقصود بالوصل المختلط أي الدارة التي يوجد فيها مقاومات موصولة على التسلسل وأخرى موصولة على التفرع، وعادة لحل مثل هذه الدارات نطلب ايجاد التيارات في كل الفروع ويتم ذلك بأن نقوم بتبسيط الدارة واختصارها إلى منبع ومقاومة مكافئة واحدة للدارة وبالتالي نحسب التيار الكلي للدارة وحسب علاقات مقسم التيار نحسب التيارات الفرعية للدارة كلها على سبيل المثال:







حيث:

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{eq} = R_{12} + R_3$$

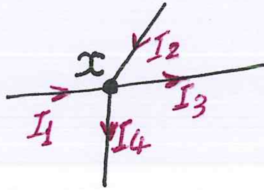
$$I = \frac{U}{R_{eq}}$$

قوانين كيرشوف :

* قانون كيرشوف الأول :

إن العالم كيرشوف قد وجد تجريبياً بأن المجموع الجبري للتيارات عند عقدة ما في دارة كهربائية مساوياً للصفر.

وبطريقة أخرى نقول بأن مجموع التيارات الداخلة إلى عقدة ما يساوي مجموع التيارات الخارجة من تلك العقدة.



فإذا كان لدينا العقدة (x) في دارة كهربائية كما هو مبين في الشكل نستطيع أن نكتب رياضياً قانون كيرشوف الأول كما يلي :

$$\sum I = 0$$

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

إذا اعتبرنا أن التيار الداخل للعقدة موجب والخارج منها سالب ⟸

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

ملاحظة : إن عدد معادلات قانون كيرشوف الأول تعطى بالعلاقة $N - 1 = \ell$

* قانون كيرشوف الثاني :

المجموع الجبري للقوى المحركة الكهربائية في حلقة مغلقة يساوي المجموع الجبري لهبوطات التوتر في تلك الحلقة ذاتها.

نكتب هذا القانون رياضياً بالشكل :

$$\sum_{K=1}^{B} e_K = \sum_{K=1}^{B} I_K \cdot R_K$$

ملاحظات : 1- في حال تطبيق قانون كيرشوف يجب الانتباه إلى اتجاهات التيارات.

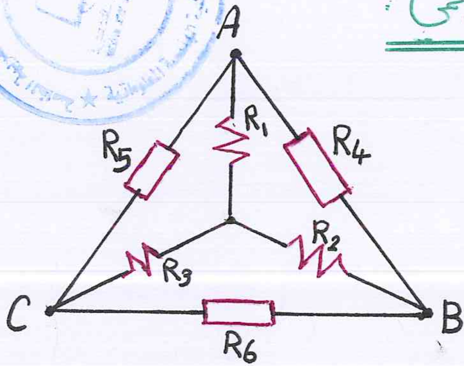
2- يكون هبوط التوتر على المقاومة بعكس اتجاه التيار المار في المقاومة.

3- عندما يتطابق اتجاه هبوط التوتر في مقاومة ما مع اتجاه تيار الحلقة يؤخذ الهبوط بإشارة سالبة وإذا خالف اتجاه هبوط التوتر في مقاومة ما مع تيار الحلقة الموضوع يؤخذ بإشارة موجبة ذلك الهبوط. لذلك نستطيع أن نكتب معادلة كيرشوف الثاني للشكل المبين أعلاه

$$U_1 + U_3 - U_4 = +I_1R_1 + I_2R_2 + I_3R_3 - I_4R_4$$

* التحويل بين الوصل النجمي والمثلثي :

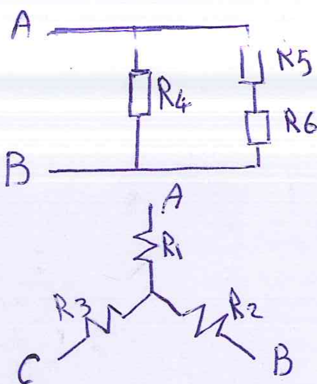
- التحويل من الوصل المثلثي إلى الوصل النجمي :



ليكن لدينا الوصل المثلثي التالي للمقاومات

والمطلوب : حساب العلاقة المطابقة للوصل النجمي ، أي حساب المقاومات R_1 ، R_2 و R_3

نأخذ المقاومة منظوراً إليها من الفرع AB في حالة الوصل المثلثي فيكون لدينا :



$$Req_{AB}(\Delta) = \frac{R_4 \cdot (R_5+R_6)}{R_4+R_5+R_6} \quad \text{....(1}$$

أما في حالة الوصل النجمي فيكون لدينا :

$$Req_{AB}(\lambda) = R_1+R_2 \quad \text{....(2}$$

لكي تكون الدارتين متطابقتين يجب أن يكون (1) = (2) : ⇐

$$R_1+R_2 = \frac{R_4(R_5+R_6)}{R_4+R_5+R_6} = \frac{R_4(R_5+R_6)}{R} \quad \text{.... (3}$$

حيث : $R = R_4+R_5+R_6$

بنفس الطريقة إذا نظرنا للفرع AC ⇐

$$R_1+R_3 = \frac{R_5(R_4+R_6)}{R_4+R_5+R_6} = \frac{R_5(R_4+R_6)}{R} \quad \text{.... (4}$$

وبالنسبة للفرع BC نجد :

$$R_2+R_3 = \frac{R_6(R_4+R_5)}{R_4+R_5+R_6} = \frac{R_6(R_4+R_5)}{R} \quad \text{.... (5}$$

بحل المعادلات (3) ، (4) و (5) نحصل على المقاومات في الوصل النجمي كما يلي : a- نطرح المعادلة (4) من (3) ⇐

$$R_2 - R_3 = \frac{R_5R_4+R_4R_6}{R_4+R_5+R_6} - \frac{R_5R_4+R_5R_6}{R_4+R_5+R_6} =$$

$$R_2 - R_3 = \frac{R_4 R_6 - R_5 R_6}{R} \quad \ldots\ldots (6$$

ب- نجمع المعادلة (6) مع (5) ⇐

$$2R_2 = \frac{R_4 R_6}{R} - \frac{R_5 R_6}{R} + \frac{R_6 R_4}{R} + \frac{R_6 R_5}{R}$$

$$2R_2 = 2\frac{R_4 \cdot R_6}{R} \Rightarrow$$

$$R_2 = \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6}$$

وبالتالي لباقي المقاومات نكتب :

$$\left.\begin{aligned} R_1 &= \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5 + R_6} \\ R_3 &= \frac{R_5 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (7$$

نتيجة : التحويل من مثلثي إلى نجمي : المقاومة النجمية المكافئة تساوي حاصل جداء المقاومتين المثلثيتين المحيطتين بها على مجموع المقاومات المثلثية الثلاثة.

- التحويل من الوصل النجمي إلى الوصل المثلثي:

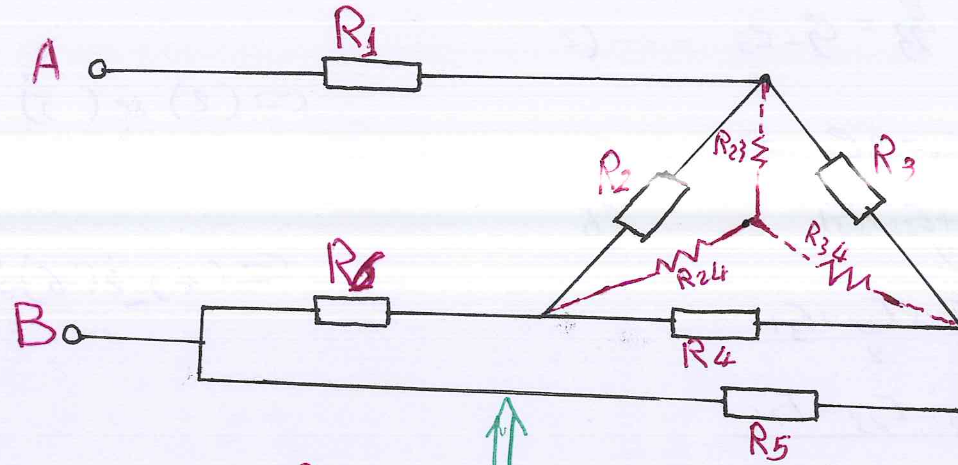
بنفس الطريقة السابقة وبنفس المحاكاة الرياضياتية والخطوات السابقة نجد من أجل التحويل العكسي أي من نجمي إلى مثلثي :

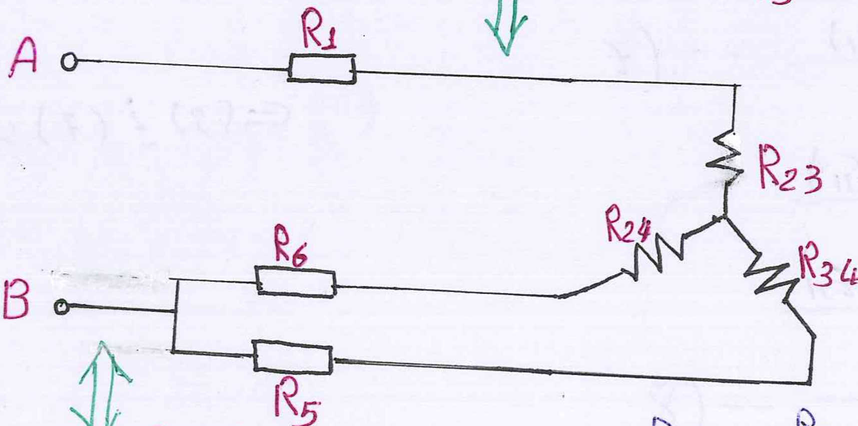
وبحل المعادلات (3) ، (4) ، (5)

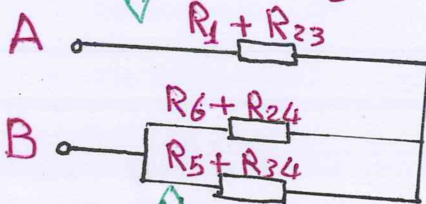
$$\left.\begin{aligned} R_4 &= R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3} \\ R_5 &= R_1 + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} \\ R_6 &= R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (8$$

نتيجة : التحويل من نجمي إلى مثلثي : المقاومة المثلثية المكافئة تساوي حاصل جمع المقاومتين النجميتين المقابلتين إضافة لجداء هما بعد تقسيم الجداء على المقاومة النجمية الثالثة .

مثال : أوجد المقاومة المكافئة للدارة التالية منظوراً إليها بين النقطتين (A) و (B) .



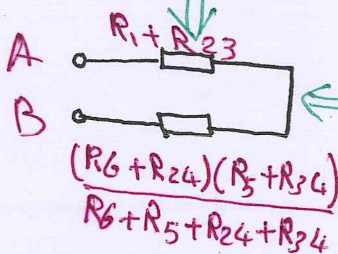




$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4}$$

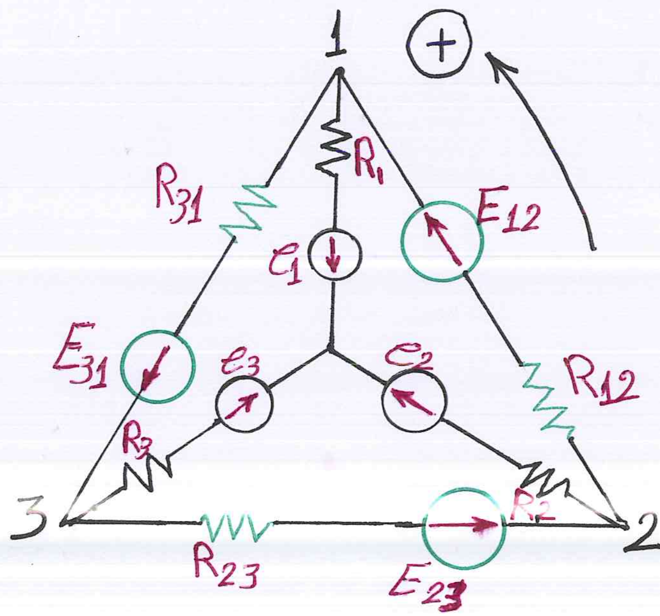
$$R_{24} = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4}$$

$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4}$$



$$R_{AB} = R_1 + R_{23} + \frac{(R_6 + R_{24})(R_5 + R_{34})}{R_6 + R_5 + R_{24} + R_{34}}$$

* التحويل بين الوصل النجمي والمثلثي عند وجود منابع كهربائية :



- نفرض أن الاتجاه الموجب هو عكس دوران عقارب الساعة .
- نسمي المنبع برقم الداخل للعقدة والرقم الثاني الخارج من العقدة

وبالتالي يكون لدينا :

$$\left.\begin{aligned} E_{12} &= e_1 - e_2 \\ E_{23} &= e_2 - e_3 \\ E_{31} &= e_3 - e_1 \end{aligned}\right\} \dots (9)$$

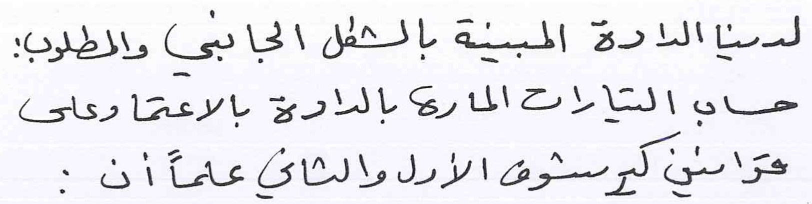
القوى المحركة الكهربائية للدارة المكافئة

أما المقاومات فكما درسنا بالتحويل من نجمي إلى مثلثي وبالتالي :

$$\left.\begin{aligned} R_{12} &= R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3} \\ R_{31} &= R_3 + R_1 + \frac{R_3 \cdot R_1}{R_2} \\ R_{23} &= R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

مقاومات الدارة المكافئة

مسألة 1 :



لدينا الدارة المبينة بالشكل الجانبي والمطلوب:
حساب التيارات المارة بالدارة بالاعتماد على قوانين كيرشوف الأول والثاني علماً أن :

$U_1 = 50\,V$ و $U_2 = 20\,V$, $R_1 = R_2 = R_3 = 2\,\Omega$

الحل:

لدينا عدد الفروع $L = 3$

و عدد العقد $N = 2$

فيكون عدد الحلقات $B = L - N + 1 = 2$

وعدد معادلات كيرشوف الأول $S = N - 1 = 1$

حسب قانون كيرشوف الأول (التيارات الداخلة إلى عقدة تساوي التيارات الخارجة منها)

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad ---(1$$

$\Leftarrow$

وحسب قانون كيرشوف الثاني نكتب للحلقة I :

$$U_1 = UR_1 + UR_2 = I_1 R_1 + I_2 R_2$$

$$U_1 - I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0 \quad ---(2$$

قانون كيرشوف الثاني للحلقة II :

$$U_2 = -UR_2 + UR_3 \Rightarrow$$

$$U_2 + I_2 R_2 - I_3 R_3 = 0 \quad --(3$$

بحل المعادلات الثلاثة وهي تشكل جملة معادلات نحصل على :

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad ---(1$$

$$50 - 2I_1 - 2I_2 = 0 \quad --(2$$

$$20 + 2I_2 - 2I_3 = 0 \quad --(3$$

بالنتيجة نحصل على

$$I_1 = 20\,A$$

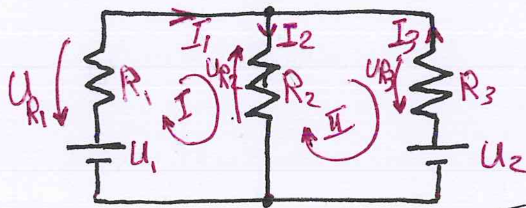
$$I_2 = 5\,A$$

$$I_3 = 15\,A$$

= . = . = . = . = . = . = . =

مسألة 2 :

في الشكل المجاور لدينا الدارة الكهربائية والمؤلفة من منبعين للتيار المستمر وثلاث مقاومات ، فإذا علمت أن :



$U_1 = 20V$ و $U_2 = 100V$

$R_1 = R_2 = R_3 = 10\,\Omega$

أوجد التيارات المارة في الدارة حسب قوانين كرشوف .

الحل :

من قانون كرشوف الأول نكتب :

$$I_1 + I_3 = I_2 \quad \ldots (1$$

من قانون كرشوف الثاني والحلقة I نكتب :

$$U_1 = U_{R_1} + U_{R_2}$$

$$U_1 - I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0 \quad \ldots (2$$

قانون كرشوف الثاني والحلقة II نكتب :

$$-U_2 = -I_2 R_2 - I_3 R_3 \quad \ldots (3$$

نعوض المعطيات التي معنا في المسألة ⇐

$$I_2 = I_1 + I_3 \quad \ldots (1$$

$$20 - 10 I_1 - 10 I_2 = 0 \quad \ldots (2$$

$$-100 + 10 I_2 + 10 I_3 = 0 \quad \ldots (3$$

بحل المعادلات (1) و (2) و (3) نحصل على القيم التالية للتيارات

$I_1 = -2\,A \Rightarrow$ I_1 وجهة عكس وجهة التيار

$I_2 = 4\,A$

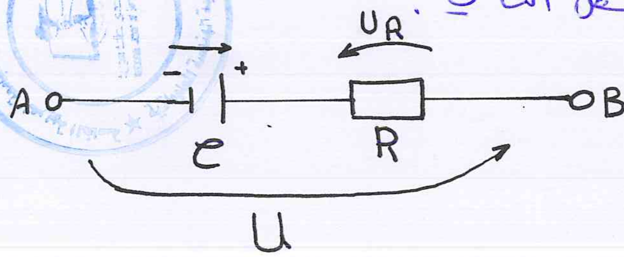
$I_3 = 6\,A$

= . = . = . = . = . = . =

* الدارة المطافئة لثنائيات الأقطاب النشيطة :

تتكون ثنائيات الأقطاب من منبع قدرة موصولة على التسلسل مع مقاومة أومية كما يبين الشكل التالي :

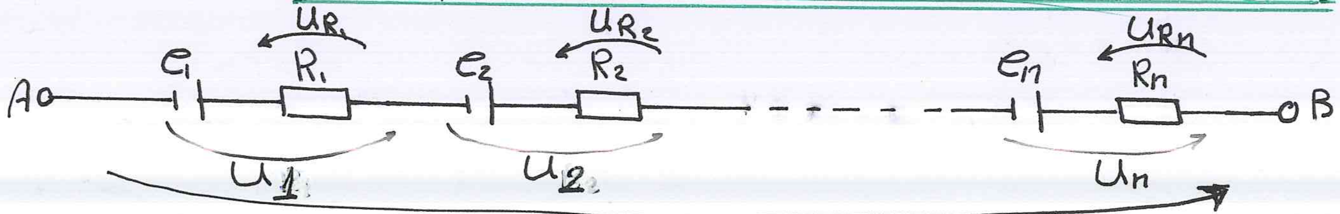




$$U = e - U_R$$

$$U = e - I \cdot R$$

- وصل ثنائيات الأقطاب النشيطة على التسلسل :



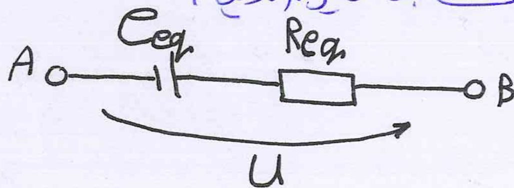
من الدارة التسلسلية السابقة نستطيع أن نكتب :

$$I = I_1 = I_2 = --- = I_n$$

$$U = U_1 + U_2 + --- + U_n$$

$$U = e_1 - I_1 R_1 + e_2 - I_2 \cdot R_2 + \cdots + e_n - I_n \cdot R_n \quad --- \quad (1)$$

نستطيع أن نرسم الدارة المطافئة للدارة السابقة فيكون لدينا :



ومن الدارة المطافئة نكتب :

$$U = e_{eq} - I \cdot R_{eq} \quad -- \quad (2)$$

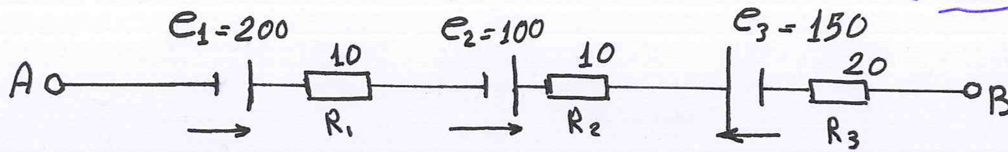
بما أن العلاقتين متساويتين ⇐ :

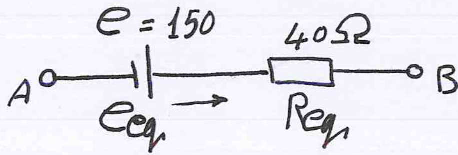
$$e_{eq} - I \cdot R_{eq} = (e_1 + e_2 + \cdots + e_n) - I(R_1 + R_2 + \cdots + R_n) \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} e_{eq} = e_1 + e_2 + \cdots + e_n = \sum_{K=1}^{n} e_K \\ R_{eq} = (R_1 + R_2 + \cdots + R_n) = \sum_{K=1}^{n} R_K \end{array}\right\} \quad ----- \quad (3)$$

المعادلة (3) تعتبر هي قانون الدارة التسلسلية لثنائيات الأقطاب مع مراعاة اتجاه منابع التوتر .

مثال على ذلك :





ملاحظة : اتجاه التيار النهائي سيكون حسب القيمة الكبرى للمنبع والذي يعاكس الاتجاه يؤخذ بإشارة سالبة.

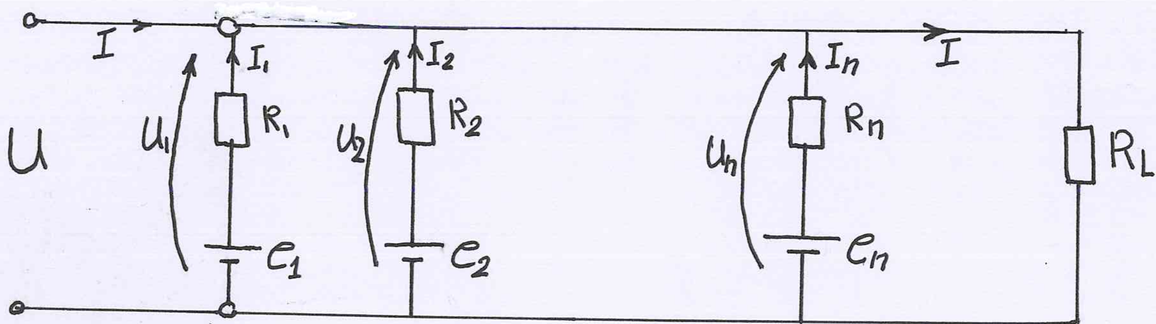
أي أن :

$$e_{eq} = e_1 + e_2 - e_3$$

$$e_{eq} = 200 + 100 - 150 = 150\,V$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 = 40\,\Omega$$

- الدارة التفرعية لثنائيات الأقطاب النشيطة:



⇕

U — Req — eeq — I — RL

حسب علاقات الوصل التفرعي :

$$U = U_1 = U_2 = \dots = U_n$$

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= e_1 - I_1 \cdot R_1 \\ U_2 &= e_2 - I_2 \cdot R_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} I_1 &= \frac{e_1}{R_1} - \frac{U_1}{R_1} \\ I_2 &= \frac{e_2}{R_2} - \frac{U_2}{R_2} \end{aligned}$$

بالتعويض بعلاقات الوصل التفرعي المذكورة أعلاه ⇐

$$I = \frac{e_1}{R_1} + \frac{e_2}{R_2} + \dots + \frac{e_n}{R_n} - U\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}\right) \dots (1)$$

ومن الدارة المكافئة نستطيع أن نكتب :

$$U = e_{eq} - I R_{eq} \Rightarrow I = \frac{e_{eq}}{R_{eq}} - \frac{U}{R_{eq}} \dots (2)$$

بالمساواة بين العلاقتين (1) و (2) ⇐

$$\frac{e_{eq}}{R_{eq}} - \frac{U}{R_{eq}} = \frac{e_1}{R_1} + \frac{e_2}{R_2} + \dots + \frac{e_n}{R_n} - U\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}\right) \Rightarrow$$

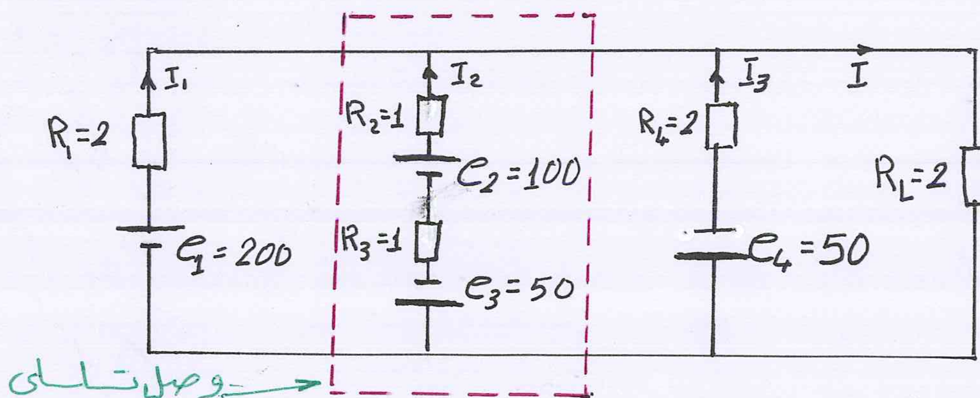
$$\frac{e_{eq}}{R_{eq}} = \frac{e_1}{R_1} + \frac{e_2}{R_2} + \dots \frac{e_n}{R_n} \Rightarrow$$

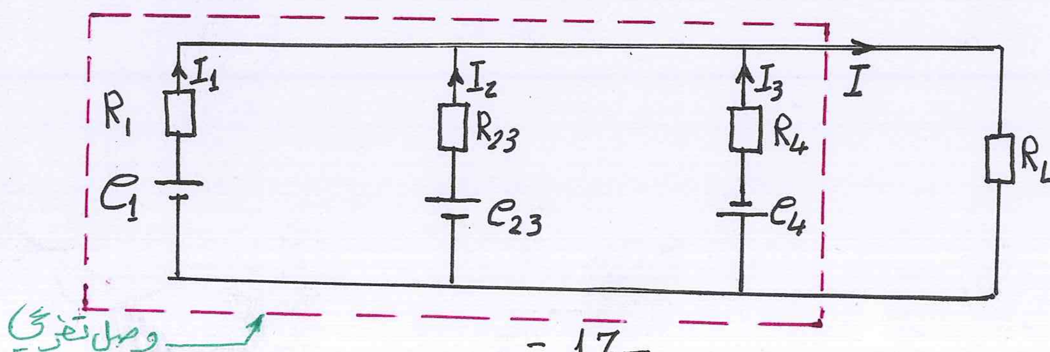
$$\left.\begin{aligned} e_{eq} &= R_{eq} \sum_{K=1}^{n} \frac{e_K}{R_K} \\ \frac{1}{R_{eq}} &= \sum_{K=1}^{n} \frac{1}{R_K} \end{aligned}\right\} \quad \text{----} (3)$$

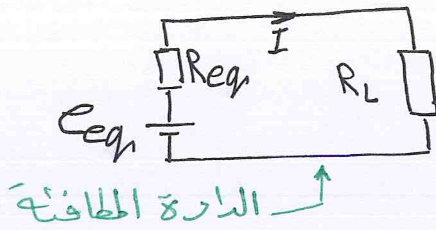
وهي علاقات التحويل لثنائيات الأقطاب النشطة على التفرع.

* **مثال تطبيقي**: هذا المثال عن الوصل التسلسلي والتفرعي لثنائيات الأقطاب النشطة.

أوجد تيار الحمل (I) بطريقة اختصار ثنائيات الأقطاب:







- من الوصل التسلسلي نكتب :

$$e_{23} = e_2 - e_3 = 100 - 50 = 50\,V$$

$$R_{23} = R_1 + R_2 = 1 + 1 = 2\,\Omega$$

- من الوصل التفرعي نكتب :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow$$

$$R_{eq} = \frac{2}{3}\,\Omega$$

$$e_{eq} = R_{eq} \sum_{k=1}^{n} \frac{e_k}{R_k}$$

$$e_{eq} = \frac{2}{3}\left(\frac{e_1}{R_1} + \frac{e_{23}}{R_{23}} + \frac{e_4}{R_4}\right)$$

$$e_{eq} = \frac{2}{3}\left(\frac{200}{2} + \frac{50}{2} - \frac{50}{2}\right) = \frac{2}{3} \cdot 100 = \frac{200}{3}\,V$$

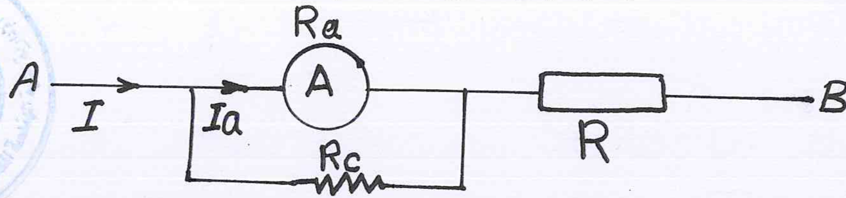
$$I = \frac{e_{eq}}{R_{eq} + R_L} = \frac{200}{3} \times \frac{1}{2 + \frac{2}{3}} = \frac{200}{3} \cdot \frac{3}{8} = 25\,A$$

= . = . = . = . = . =

«المحاضرة الخامسة»

* مقياس التيار الكهربائي (أمبيرمتر) :





إذا أردنا قياس التيار في المقاومة (R)، فيجب وصل مقياس (أمبيرمتر) على التسلسل مع المقاومة (R) (أي مع الفرع المطلوب قياس التيار المار به).

عادة تكون المقاومة الداخلية لهذا المقياس صغيرة جداً لذلك يمكن إهمال هبوط الجهد الحاصل على طرفي المقياس.

إذا كان التيار المار في الفرع كبيراً (أكبر من التيار الذي يتحمله مقياس الأمبير) في هذه الحالة نصل على التفرع مع طرفي المقياس مقاومة صغيرة جداً (R_c) يجب أن تكون أصغر من المقاومة الداخلية للمقياس أي $R_c < R_a$، بحيث يتجزأ التيار الكلي بين القراءة (قيمة التيار المعروضة I_a) وبين فرع المقاومة (R_c) وبالتالي وحسب علاقة مجزئ التيار نستطيع أن نكتب :

$$I_a = I \cdot \frac{R_c}{R_c + R_a} \Rightarrow$$

أن التيار المار في الفرع AB يساوي :

$$I = I_a \cdot \frac{R_c + R_a}{R_c} \Rightarrow$$

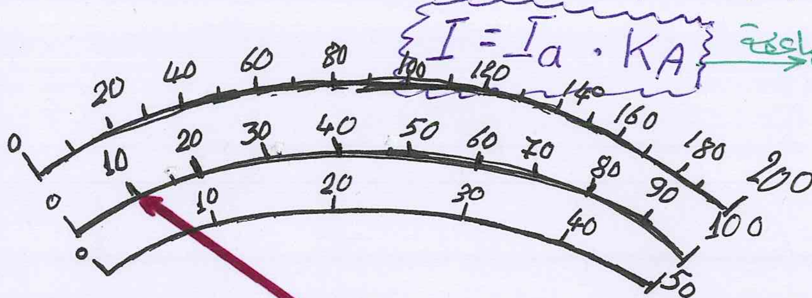
التيار المار في الدارة

$$I = I_a \cdot \left(1 + \frac{R_a}{R_c}\right)$$

القيمة المعروضة في المقياس

وبشكل عام إذا اعتبرنا أن $\left(1 + \frac{R_a}{R_c}\right)$ ثابت المضاعفة ⇐

$$I = I_a \cdot K_A$$ ← ثابت المضاعفة



- كيفية قراءة المقياس :

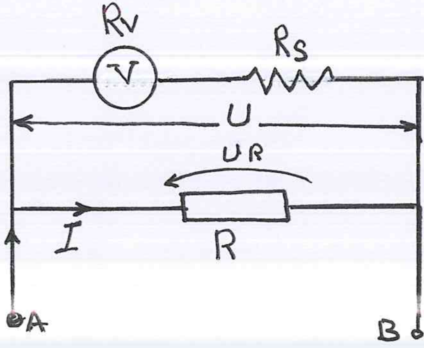
أي لمعرفة قيمة التيار الأصلي في الدارة (I) تساوي

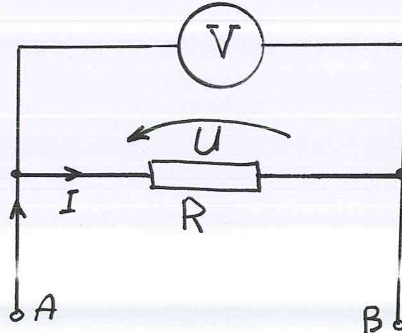
$$I = \frac{\text{القراءة} \times \text{المجال}}{\text{أكبر تدريجة مستخدمة}}$$

في مثالنا المذكور ⇐

$$I = \frac{10 \cdot 50}{100} = 5\,A$$

* مقياس التوتر (فولت متر) :





يستخدم هذا الجهاز لقياس التوتر الكهربائي بين أي نقطتين في الدارة الكهربائية ، حيث يربط هذا الجهاز على التفرع مع أي فرع (مقاومة) يراد قياس التوتر الكهربائي على طرفيها .

تكون عادة المقاومة الداخلية للجهاز ذاته كبيرة جداً بالمقارنة مع المقاومة التي يراد قياس التوتر على طرفيها ، وذلك لكي نتحاشى مرور تيار كبير يؤثر على التيار الكهربائي الأساسي المار في الدارة .

عند القياس يوجد شرط وهو أن يكون التوتر المراد قياسه أقل من التوتر الأعظمي المسموح قياسه بواسطة هذا الجهاز .

ولزيادة مجال القراءة يمكن تحقيق ذلك بإضافة مقاومة على التسلسل مع الجهاز بحيث تكون (R_S) دائماً أكبر من مقاومة الجهاز الداخلية أي أن $R_S > R_V$.

وبالتالي يكون لدينا :

$$U = U_V + U_S$$

وبتطبيق علاقة مجزئ التوتر نستطيع أن نكتب :

$$U_V = U \cdot \frac{R_V}{R_V + R_S} \Rightarrow$$

$$U = U_V \cdot \frac{R_V + R_S}{R_V} \Rightarrow$$

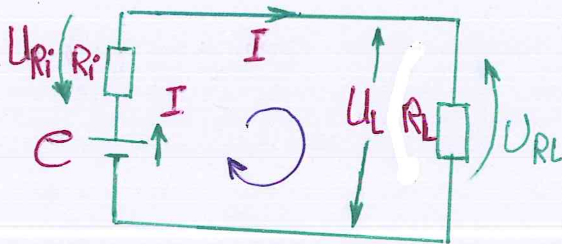
القيمة المقروءة

$$U = U_V \cdot \left(1 + \frac{R_S}{R_V}\right) \Rightarrow \left\{ U = U_V \cdot K_V \right\}$$

حيث :- $\left(1 + \frac{R_S}{R_V}\right)$ ثابت المضاعفة

* الحالات الأساسية لدارات التيار المستمر:

1- الحالة الفعالة:



تتكون هذه الحالة من دارة فعالة (منبع + مقاومة فعالة) + حمل R_L ؛

لدينا حسب قانون كيرشوف الثاني:

$$e - (R_i + R_L) I = 0 \Rightarrow$$

التيار المار في الدارة (تيار الحمل) هو:

$$I = \frac{e}{R_i + R_L}$$

حيث: R_i - مقاومة الأسلاك + مقاومة المنبع الداخلية.

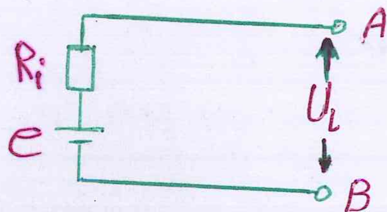
وبالتالي يكون توتر الحمل U_L هو:

$$U_L = R_L \cdot I_L$$

$$U_L = e \cdot \frac{R_L}{R_i + R_L}$$

نتيجة: من العلاقة نجد أنه كلما صغرت المقاومة الداخلية R_i يكون توتر المنبع هو توتر الحمل

2- حالة اللاحمل:

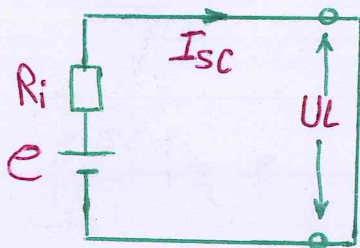


في هذه الحالة تكون الدارة مفتوحة وبالتالي يكون لدينا التيار

$$I = 0$$

$$U_L = e$$

3- حالة القصر:



في هذه الحالة يكون تيار الدارة القصيرة (I_{SC}) كبير جداً وتوتر الحمل مساوي للصفر وذلك لأنه

$$I_{SC} = \frac{e}{R_i}$$

$$U_L = I_{SC} \cdot R_L = 0$$

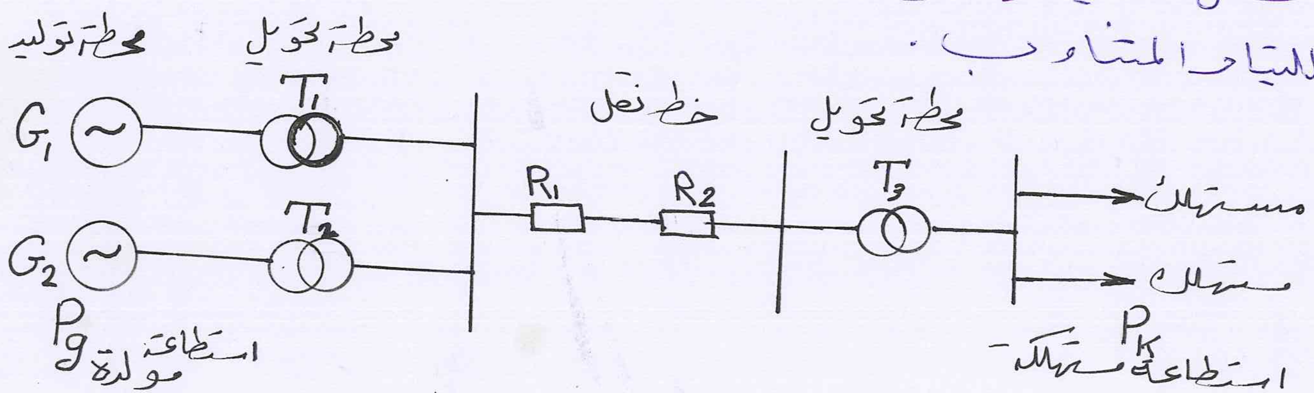
* نظريات نقل الاستطاعة الأعظمية في دارات التيار الكهربائي المستمر:

إن نظام القدرة الكهربائية (الجملة الكهربائية) يتألف من ثلاثة أنظمة:

أ- نظام التوليد.
ب- نظام التحويل (خاص بالتيار المتناوب).
ج- نظام النقل.

لذلك فإن توليد القدرة الكهربائية عادة يتم في محطات التوليد الكهربائية المختلفة (البخارية - المائية - الغازية - النووية ... الخ) والتي تكون عادة قريبة من مصادر الطاقة (الماء - النفط - الغاز ... الخ). ومن ثم يتم نقلها من محطات التوليد الى أماكن الاستهلاك (منازل - معامل - محلات) بواسطة شبكات النقل والتوزيع الكهربائية.

الشكل التالي يبين مخططاً رمزياً لعمليات النقل والتحويل والتوليد وذلك للتيار المتناوب.



عند نقل القدرة الكهربائية من محطات التوليد الى محطات الاستهلاك فإن جزءاً منها سيضيع بسبب مرور التيار الكهربائي في المقاومات المختلفة من أجزاء الدارة (مقاومة المولدات - خطوط النقل - المحولات ... الخ).

إن مردود نقل الاستطاعة الكهربائية هو النسبة بين الاستطاعة المستهلكة إلى الاستطاعة المولدة ويرمز له ب (η):

$$\eta = \frac{P_k}{P_g} \leq 1$$

ودائماً هو أصغر من الواحد وفي الحالة النظرية والمثالية يكون مساوياً للواحد.

$$\eta\% = \frac{P_k}{P_g} \cdot 100 \leq 100$$

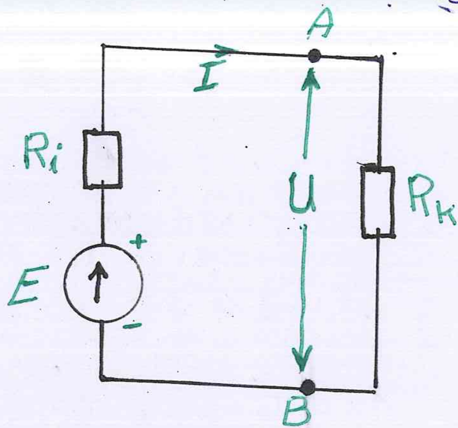
وتجدر بنا الملاحظة بأن هذه الكمية تكون بقيمة أعظمية في الدارات التي لا يكون فيها أي ضياع كهربائي في شبكة النقل.

فإذا رمزنا للضياعات الكهربائية ب (ΔP) فإن علاقة المردود بين الاستطاعتين المولدة والمستهلكة تكون :

$$P_g = P_K + \Delta P \Rightarrow$$

$$\eta = \frac{P_K}{P_g} = \frac{P_g - \Delta P}{P_g} = 1 - \frac{\Delta P}{P_g}$$

وعادة نحاول تصميم الدارات الكهربائية بحيث يكون مردودها أعظميا أي أن تكون الضياعات الكهربائية أصغر ما يمكن أو صغيرة فإذا كان لدينا الدارة الأساسية الكهربائية التالية :



وبالتالي نستطيع أن نكتب العلاقات التالية

$$I = \frac{E}{R_i + R_K} \Rightarrow$$

الاستطاعة المستهلكة :

$$P_K = U \cdot I = R_K \cdot I^2$$

$$P_K = R_K \cdot \left(\frac{E}{R_i + R_K}\right)^2 \quad --- (1$$

الاستطاعة المولدة :

$$P_g = e \cdot I$$

$$P_g = (R_i + R_K)\, I^2$$

$$P_g = (R_i + R_K) \cdot \frac{E^2}{(R_i + R_K)^2} \quad --- (2$$

وبالتالي :

$$\eta = \frac{P_K}{P_g} = \frac{R_K \frac{E^2}{(R_i+R_K)^2}}{(R_i+R_K)\frac{E^2}{(R_i+R_K)^2}} = R_K \frac{E^2}{(R_i+R_K)^2} \cdot \frac{(R_i+R_K)^2}{(R_i+R_K)E^2}$$

$$\eta = \frac{R_K}{R_K + R_i} = \frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_K}}$$

حيث : R_i - المقاومة المكافئة للدارة الكهربائية (مولد - خط نقل + محول).

R_k - مقاومة المستهلك (مقاومة حمل).

يكون المردود أعظمياً (η) إذا كان $\frac{R_i}{R_k}$ أصغر ما يمكن وهذا يعني أن تكون R_i أصغر ما يمكن وأن تكون R_k أكبر ما يمكن.

نتيجة: لكي نحصل على مردود أعظمي في أية دارة كهربائية فإن النسبة بين المقاومة المكافئة للدارة المولدة وبين المقاومة المكافئة للدارة المستهلكة يجب أن تكون أصغر ما يمكن.

* طرق حل دارات التيار المستمر:

إن من أشهر طرق حل دارات التيار المستمر أي إيجاد تيارات الفروع في الدارة وبالتالي التيار الكلي هي ستة طرق:

1- طريقة قانوني كيرشوف الأول والثاني + قانون أوم.

2- طريقة التيارات الحلقية (الدوارة) أو تدعى طريقة ماكسويل.

3- طريقة التنضد أو التراكم.

4- طريقة جهود العقد.

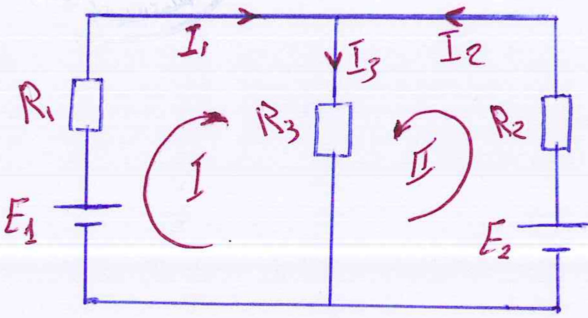
5- طريقة نظرية ثيفينين.

6- طريقة نظرية نورتون.

ولتسهيل فهم وحل الدارات على أساس استخدام إحدى الطرق المذكورة أعلاه سوف نأخذ دارة كهربائية واحدة ونحلها بواسطة جميع الطرق ومن ثم نقارن بين الطرق من حيث السهولة والصعوبة بالحل.

-4-

1- طريقة قانوني كيرشوف + قانون أوم :



هذه الطريقة قدتم شرحها في أول الفصل ولكن لا مانع من التذكير بها :

لدينا فروع في الدارة عددها $L = 3$

وعقد عددها $N = 2$

إذاً معادلات الحلقات (عدد الحلقات) $B = L - N + 1 = 2$ معادلة

ومعادلة العقد $B = N - 1 = 1$

⇐ حسب كيرشوف الأول : $I_3 = I_2 + I_1$ ---- (1

حسب كيرشوف الثاني والحلقة الأولى :

$$E_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3 \quad --- (2$$

حسب كيرشوف الثاني والحلقة الثانية :

$$E_2 = I_2 R_2 + I_3 R_3 \quad --- (3$$

من أجل حساب التيارات الثلاث المجهولة (I_1 ، I_2 ، I_3)

يوجد لدينا ثلاث معادلات ، بحلها نحصل على التيارات المطلوبة.

2- طريقة التيارات الحلقية (طريقة ماكسويل) :

تعتمد هذه الطريقة على اختصار المعادلات ولو كان عدد التيارات كبير للفروع فيبقى عدد المعادلات بعدد الحلقات وبالتالي إيجاد تيارات الحلقات.

خطوات الحل :

أ- نعطي اتجاهات اختيارية لتيارات فروع الدارة I_1 ، I_2 ، ... ، I_n .

ب- نضع تيارات حلقية اختيارية (I_I ، I_{II} ، I_{III} ، ...) وهمية.

ج- نكتب معادلات الحلقات وفقاً لقانون كيرشوف الثاني مع الأخذ بعين الاعتبار العناصر المشتركة بين الحلقات.

د- نحل المعادلات التي يكون عددها بعدد الحلقات وبالتالي نوجد تيارات الحلقات.

هـ- نوجد التيارات في فروع الدارة وفقاً لمرور تيارات الحلقات بكل فرع آخذين بعين الاعتبار اتجاهات تيارات الحلقات عند مرورها بنفس العنصر مع اتجاه التيار للفرع الذي وضعناه سابقاً وفق البند (أ).

بعدها والتوضيح ونفرض لدينا دارة كهربائية تحتوي على ثلاث حلقات فنكتب معادلة الحلقة الأولى (I) كما يلي :

نوضع $(+)$ إذا توافق اتجاه (I_I) مع (I_{II})

$$\sum E = I_I \sum R \oplus I_{II} R_{12} \oplus I_{III} R_{13}$$

نوضع $(+)$ إذا توافق اتجاه (I_I) مع (I_{III})

حيث : $\sum E$ - المجموع الجبري للقوى المحركة الكهربائية آخذين بعين الاعتبار اتجاهات التيار للحلقة (I) ومرورها بالمنابع من $(-)$ إلى $(+)$.

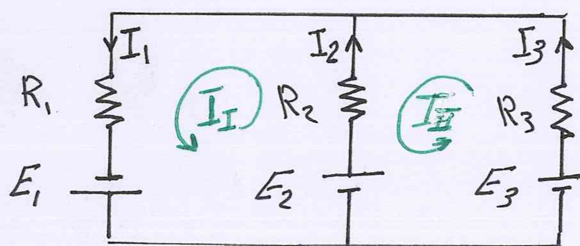
$\sum R$ - مجموع مقاومات الحلقة (I) .

R_{12} - المقاومة المشتركة بين الحلقة الأولى والحلقة الثانية.

R_{13} - المقاومة المشتركة بين الحلقة الأولى والحلقة الثالثة.

مثال تطبيقي :

أوجد تيارات الفروع مستخدماً طريقة ماكسويل علماً أنه :



$R_1 = R_2 = R_3 = 5\Omega$

$E_1 = 10V,$

$E_2 = E_3 = 20V$.

الحل :

- نعطي في البداية تيارات اختيارية للفروع I_1 ، I_2 ، I_3 .
- ثم نعطي تيارات حلقية وهمية I_I ، I_{II} .
- نكتب معادلات الحلقات آخذين بعين الاعتبار اتجاهات التيارات .

الحلقة (1) : $\sum E = I_I \sum R + I_{II} R_{12}$

$E_1 + E_2 = I_I (R_1 + R_2) - I_{II} R_2$

لأن اتجاه التيارين الحلقيين مختلف

$30 = 10 I_I - 5 I_{II} \Rightarrow 6 = 2 I_I - I_{II} \quad ...(1$

الحلقة (2) : $\sum E = I_{II}(R_3 + R_2) - I_I R_2$

$E_3 - E_2 = 10 I_{II} - 5 I_I \Rightarrow 0 = 2 I_{II} - I_I \Rightarrow I_I = 2 I_{II} \quad ...(2$

نعوض (2) في (1) $\Leftarrow$

$$6 = 4I_{II} - I_{II} = 3I_{II} \Rightarrow I_{II} = 2A$$

نعوض في (2) ⇐

$$I_I = 4A$$

- بالعودة للدارة نجد :

$$I_I = I_1 = 4A$$

$$I_2 = I_I - I_{II} = 4 - 2 = 2A$$

$$I_3 = I_{II} = 2A$$

3- طريقة التنضيد أو التراكم :

مبدأ هذه الطريقة ينص على أن التيار المار في فرع من فروع الدارة الكهربائية بسبب تأثير مجموعة من القوى المحركة الكهربائية العاملة في هذه الدارة يساوي إلى المجموع الجبري للتيارات المارة في هذا الفرع والناتج كل منها عن عمل قوة محركة كهربائية واحدة في الدارة في كل مرة .

خطوات هذه الطريقة :

أ- نحذف جميع منابع القوى المحركة الكهربائية وإبقاء مقاوماتها الداخلية مع ترك منبع واحد للقوة المحركة الكهربائية .

ب- نحسب التيارات المارة في فروع الدارة والناتجة عن تأثير القوة المحركة الكهربائية الوحيدة المتروكة .

جـ- نفعّل قوة محركة كهربائية أخرى بدلاً من الأولى ثم نقوم بإلغاء المنابع الأخرى ونحسب تيارات الفروع من جديد والناتجة عن القوة المحركة الجديدة .

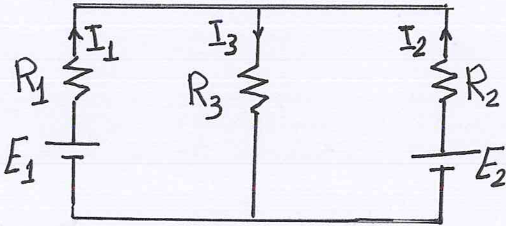
د- تكرر هذه العملية على كل قوة محركة كهربائية في الدارة ونحسب في كل مرة التيارات في الفروع والناتجة عن تلك القوة .

هـ- نراكم (ننضد) التيارات في فروع الدارة بحيث يكون التيار الناتج في كل فرع هو حاصل المجموع الجبري للتيارات التي تم حسابها وفقاً لكل قوة .

ملاحظة : تؤخذ التيارات وجهتها وفقاً للتيار الصادر عن منبع القوة المحركة الكهربائية الوحيد الذي يكون في الدارة .

مثال تطبيقي:

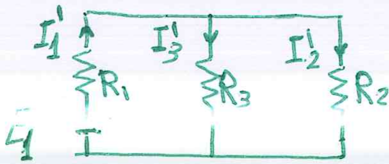
أوجد تيارات الفروع في الدائرة المبينة بالشكل بالاعتماد على نظرية التنضد علماً أن:



$E_1 = 50\,V$, $E_2 = 10\,V$

$R_1 = R_2 = R_3 = 2\,\Omega$

الحل: - نقصر المنبع E_2 ونبقي فقط على المنبع E_1 ثم نحسب التيارات في فروع الدارة وفقاً للشكل الحاصل:



$$I'_1 = \frac{E_1}{R_2 // R_3 + R_1} = \frac{E_1}{\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_1}$$

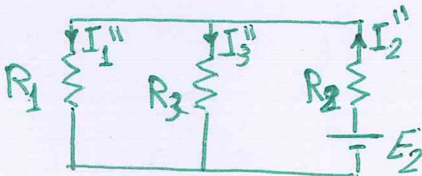
$$I'_1 = \frac{50}{1+2} = \frac{50}{3}$$

باستخدام قانون مجزئ التيار ⇐

$$I'_2 = I'_1 \frac{R_3}{R_2 + R_3} = \frac{50}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{50}{6}$$

$$I'_3 = I'_1 \frac{R_2}{R_2 + R_3} = \frac{50}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{50}{6}$$

- نقصر المنبع E_1 ونبقي المنبع E_2 ثم نحسب التيارات في فرع الدارة وفقاً للشكل الحاصل:



$$I''_2 = \frac{E_2}{R_1 // R_3 + R_2} = \frac{E_2}{\frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} + R_2}$$

$$I''_2 = \frac{10}{1+2} = \frac{10}{3}$$

حسب قانون مجزئ التيار ⇐

$$I''_3 = I''_2 \frac{R_1}{R_1 + R_3} = \frac{10}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{10}{6}$$

$$I''_1 = I''_2 \frac{R_3}{R_1 + R_3} = \frac{10}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{10}{6}$$

وبالتالي وبعد تنضيد التيارات ⇐

الاتجاهين متعاكسين

$$I_1 = I'_1 - I''_1 = \frac{50}{3} - \frac{10}{6} = \frac{100-10}{6} = \frac{90}{6} = \boxed{15\,A}$$

$$I_2 = I'_2 + I''_2 = -\frac{50}{6} + \frac{10}{3} = \frac{-50+20}{6} = \boxed{-5\,A}$$

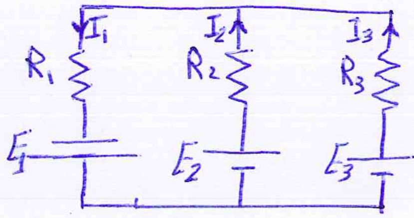
الاتجاهين متوافقين

$$I_3 = I'_3 + I''_3 = \frac{50}{6} + \frac{10}{6} = \frac{60}{6} = \boxed{10\,A}$$

قانون كيرشوف الأول ⇐ محقق تماماً

مثال تطبيقي 2:

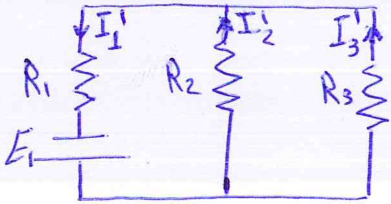
أوجد تيارات الدارة المبينة بالشكل اعتماداً على تطبيق نظرية التنضد علماً أن:



$E_1 = 10\ V$ و $E_2 = E_3 = 20\ V$

$R_1 = R_2 = R_3 = 5\Omega$

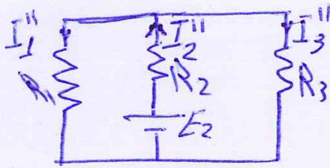
الحل: نقصر المنبعين E_2 و E_3 ثم نحسب التيارات الناتجة عن E_1 فنجد



$$I' = E_1 \Big/ R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2+R_3} = 10 \Big/ 5 + \frac{5 \cdot 5}{10} = 100/75 = \frac{4}{3} A$$

$$I'_2 = I'_1 \frac{R_3}{R_2+R_3} = \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{10} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} A$$

$$I'_3 = I'_1 \frac{R_2}{R_2+R_3} = \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{10} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} A$$

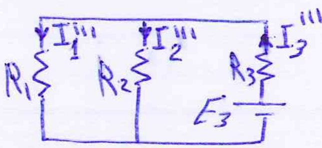


نقصر المنبعين E_1 و E_3 ونفعل E_2 ⇐

$$I''_2 = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1+R_3}} = \frac{20}{5+\frac{25}{10}} = \frac{20}{\frac{75}{10}} = \frac{200}{75} = \frac{8}{3} A$$

$$\Rightarrow I''_1 = I''_2 \frac{R_3}{R_2+R_3} = \frac{8}{3} \cdot \frac{5}{10} = \frac{40}{30} = \frac{4}{3} A$$

$$I''_3 = I''_1 = \frac{4}{3} A$$



نقصر المنبعين E_1 و E_2 ونفعل E_3 ⇐

$$I'''_3 = \frac{E_3}{R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1+R_2}} = \frac{20}{5+\frac{25}{10}} = \frac{200}{75} = \frac{8}{3} A \Rightarrow$$

$$I'''_2 = I'''_1 = I'''_3 \frac{R_2=R_1}{R_2+R_1} = \frac{8}{3} \cdot \frac{5}{10} = \frac{4}{3} A$$

نراكم التيارات وفقاً للشكل الأول الرئيسي ⇐

$$I_1 = I'_1 + I''_1 + I'''_1 = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{12}{3} = 4A$$

$$I_2 = I''_2 + I'_2 - I'''_2 = \frac{8}{3} + \frac{2}{3} - \left(\frac{4}{3}\right) = \frac{10-4}{3} = \frac{6}{3} = 2A$$

$$I_3 = I'''_3 + I'_3 - I''_3 = \frac{8}{3} + \frac{2}{3} - \left(\frac{4}{3}\right) = \frac{10-4}{3} = \frac{6}{3} = 2A$$

15/1/14 «عملي»

4- طريقة نظرية ثيفينين :

تستخدم هذه الطريقة عندما يطلب منا حساب التيار المار في أحد فروع الدارة فقط (أي تيار فرعي واحد) وتتلخص هذه الطريقة بإرجاع الدارة إلى دارة بسيطة مؤلفة من منبع للقوة المحركة الكهربائية (V_{Th}) موصولة على التسلسل مع مقاومة المنبع الوهمي (V_{Th}) إضافة إلى المقاومة التي طلب منا حساب التيار المار بها.

ملاحظة: يجب أن تكون الدارة خطية أي أن المقاومات في الدارة ثابتة.

خطوات تنفيذ هذه الطريقة :

1- نفصل المقاومة المراد حساب التيار المار بها.

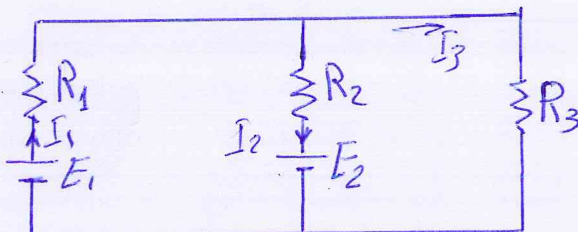
2- نحسب المقاومة المكافئة للدارة منظوراً إليها من طرفي المقاومة التي قمنا بفصلها وذلك بعد حذف جميع منابع الجهد (قصر) والتعويض عنها بمقاوماتها الداخلية إن وجدت.

3- نحسب فرق الكمون بين طرفي تلك المقاومة باستخدام قانون كيرشوف الثاني ونسميه (V_{Th}) وذلك بعد إعادة المنابع إلى وضعها.

4- نطبق قانون ثيفينين : A R_{Th} V_{Th} B R_{AB} و $I_{AB} = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_{AB}}$

مثال تطبيقي 1:

لدينا الدارة التالية والمطلوب حساب التيار المار في المقاومة (R_3) بالاعتماد على نظرية ثيفينين علماً أن:



$E_1 = 6V$ $R_1 = 2\Omega$

$E_2 = 4V$ $R_2 = 3\Omega$

$R_3 = 10\Omega$

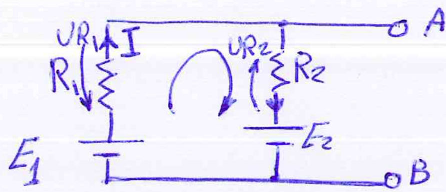
الحل :

- نحسب R_{Th} منظوراً إليها من الطرف AB وذلك بعد قصر المنابع E_1 ، E_2 وفصل المقاومة (R_3) .

$$R_{Th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3 \cdot 2}{3+2} = \frac{6}{5}\ \Omega$$

- نحسب التوتر على أطراف (AB) وهو (V_{Th}) بعد إعادة المنابع إلى وضعها الأصلي وتطبيق قانون كيرشوف الثاني :

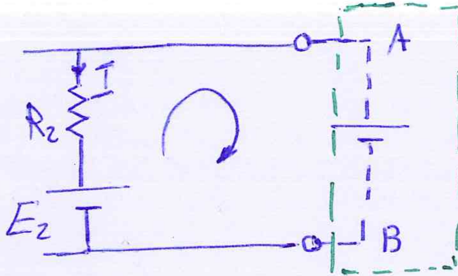
نحسب تيار الحلقة :



$$E_1 - E_2 = I(R_1 + R_2) \Rightarrow$$

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = \frac{6-4}{5} = \frac{2}{5}\ A$$

نحسب V_{AB} الذي هو (V_{Th}) [illegible] و I هو التيار المار منه هو التيار المطلوب ووفقاً لقانون كيرشوف الثاني في الحلقة الثانية التي تشكلت هو :



$$E_2 - V_{AB} = -I \cdot R_2 \Rightarrow$$

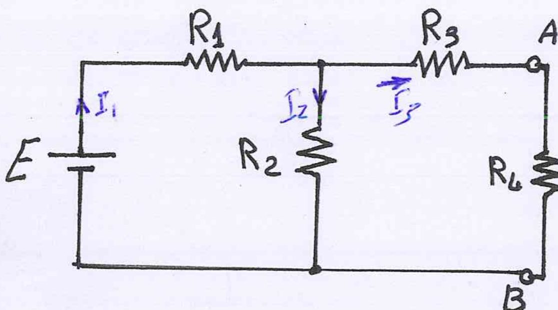
$$V_{AB} = V_{Th} = E_2 + I R_2 \Rightarrow$$

$$V_{AB} = 4 + \frac{2}{5} \cdot 3 = 5{,}2\ V \Rightarrow$$

$$I_{AB} = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_3} = \frac{5{,}2}{\frac{6}{5} + 10} = \frac{5{,}2 \cdot 5}{56} = 0{,}46\ A.$$

مثال تطبيقي 2 :

لدينا الدارة المبينة بالشكل والمطلوب :
حساب قيمة التيار المار في المقاومة R_4 باستخدام نظرية تيفينين علماً أن :



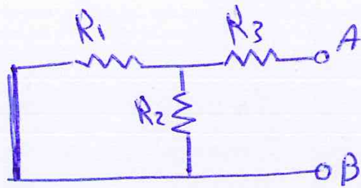
$R_1 = R_2 = 10\ \Omega$

$R_3 = R_4 = 5\ \Omega$

$E = 24\ V$

الحل : حسب نظرية تيفينين تكون : $I_{AB} = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_4}$

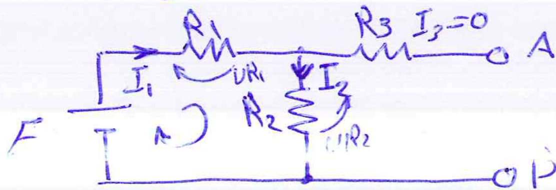
لحساب R_{Th} نقصر المنبع E ونفصل المقاومة $R_4 \Leftarrow$



$\Longleftrightarrow R_{Th} = R_{eq} = R_1 // R_2 + R_3 \Rightarrow$

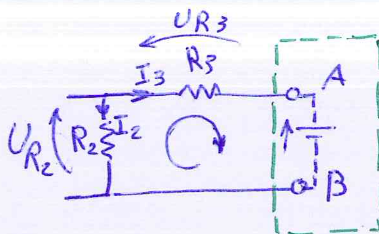
$$R_{Th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{10 \cdot 10}{20} + 5 = 10\Omega$$

حساب V_{Th} : نبقي الفرع مفتوحاً AB ونعيد تفعيل المنبع $E \Leftarrow$



من الشكل $I_3 = 0$ لأن الدارة مفتوحة عند AB ، $\Leftarrow$

$$I_1 = I_2 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{24}{10+10} = 1{,}2A$$



حسب كرشوف الثاني إذا ما تخيلنا وجود المنبع $U_{AB} = V_{Th}$ نكتب :

$$-U_{AB} = V_{Th} = -U_{R_2} + U_{R_3}$$

لكن U_{R_3} يساوي الصفر كون التيار $I_3 = 0$ والدارة مفتوحة $\Leftarrow$

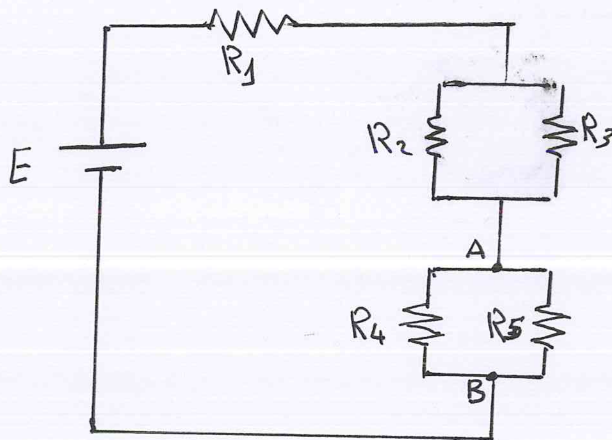
$$V_{Th} = U_{R_2} = I_2 \cdot R_2 = 1{,}2 \cdot 10 = 12\ V$$

$$I_{AB} = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_4} = \frac{12}{10+2} = 1A.$$

مثال تطبيقي 3 :

أوجد التيار المار بالفرع AB باستخدام نظرية ثيفينين :

علماً أن :



$E = 30\,V$

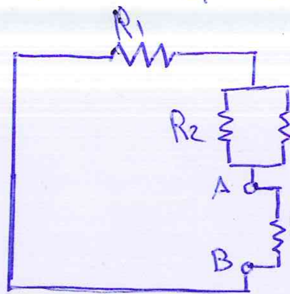
$R_1 = 10\,\Omega$

$R_2 = R_3 = 6\,\Omega$

$R_4 = R_5 = 4\,\Omega$

الحل :

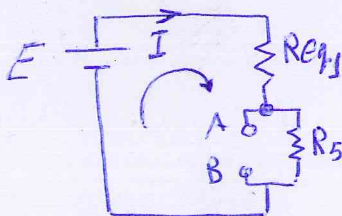
- نزع الفرع AB الموجود فيه المقاومة R_4 ، ثم نحسب المقاومة المكافئة منظورة من AB ⇐



$R_{eq_1} = R_1 + R_2 // R_3 = 13\,\Omega$

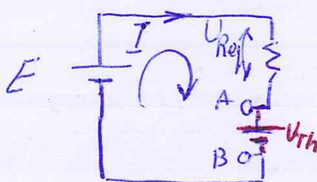
$R_{eq} = R_{eq_1} // R_5 = R_{Th} = \frac{52}{17} = 3{,}058\,\Omega$

- نحسب V_{Th} ⇐ نعيد الدارة إلى وضعها الأساسي وبالتالي يكون :



$I = \frac{30}{R_{eq_1} + R_5} = \frac{30}{17} = 1{,}764\,A$

⇒



$E - V_{AB} = U_{R_{eq_1}} = I \cdot R_{eq_1}$

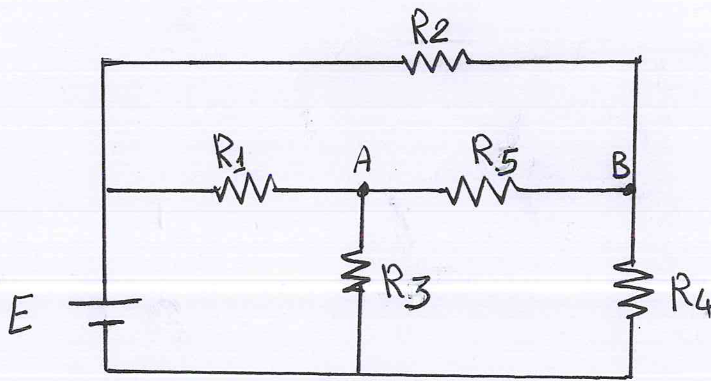
$V_{AB} = V_{Th} = E - I \cdot R_{eq_1} = 30 - 1{,}764 \cdot 13$

$V_{Th} = V_{AB} = 7{,}059$ ⇒

$I_{AB} = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_4} = \frac{7{,}059}{7{,}059} = 1\,A$

= . = . = . = . = . =

مثال تطبيقي 4 : أوجد التيار المار في الفرع AB باستخدام نظرية تيفينين.



علماً أن:

$E = 100\ V$

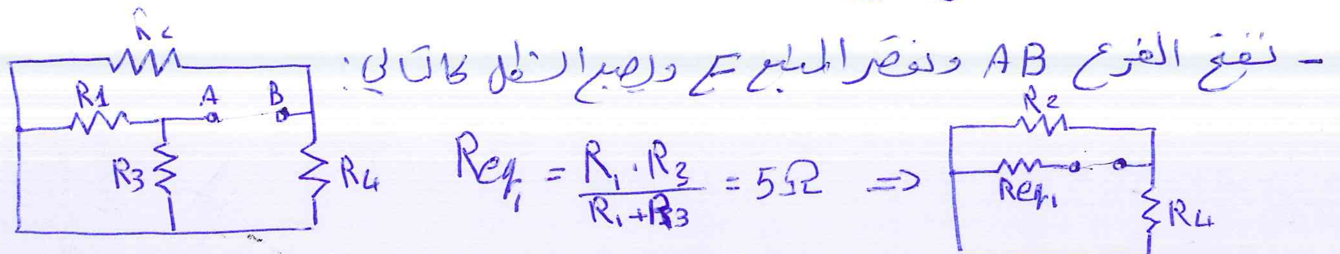
$R_1 = R_3 = R_4 = 10\ \Omega$

$R_2 = 20\ \Omega$

$R_5 = 5\ \Omega$

الحل: كما نعلم $I_{AB} = \frac{V_{Th}}{R_{Th}+R_5}$

- نفتح الفرع AB ونقصر المنبع E ويصبح الشكل كالتالي:

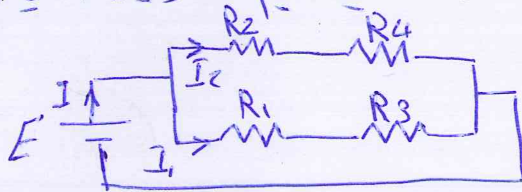


$R_{eq_1} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1+R_3} = 5\Omega \Rightarrow$

$R_{eq_2} = R_2 // R_4 = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2+R_4} = \frac{200}{30} = 6,666\Omega \Rightarrow$

$\Rightarrow R_{eq} = R_{Th} = R_{eq_1} + R_{eq_2} = 5 + 6,666 = 11,666\ \Omega$

- نحسب V_{Th} ، نرجع المنبع E وننظر للدارة كيف يتم سريان التيارات:



$\Rightarrow R_{eq} = (R_2+R_4)//(R_1+R_3) \Rightarrow$

$R_{eq} = \frac{30 \cdot 20}{50} = 12\ \Omega$

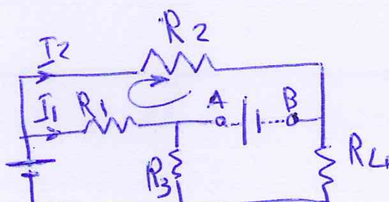
نحسب جزء التيار ⇐ $I = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{100}{12} = 8,333\ A$

$I_1 = 8,333\ \frac{30}{50} = 5\ A$

$I_2 = 3,333\ A$

نحسب $V_{AB} = V_{Th}$ ⇐ الشكل التالي:

من الشكل نجد أنه حسب كيرشوف الثاني



$V_{Th} = U_{AB} = -U_{R_1} + U_{R_2} = -I_1 \cdot R_1 + I_2 R_2$

⇐ $V_{Th} = -5 \cdot 10 + 3,333 \cdot 20 = -50 + 66,666 = 16,66\ V$

$I_{AB} = I_{Th} = \frac{16,66}{16,66} = 1A$

"المحاضرة السابعة"

* الدارات الكهربائية في التيار المتناوب الجيبي :

تعريف : التيار المتناوب هو التيار الذي تتغير قيمة "واتجاها مع مرور الزمن. وكذلك التوتر المتناوب والقوة المحركة الكهربائية المتناوبة

محاسن التيار المتناوب بالمقارنة مع التيار المستمر :

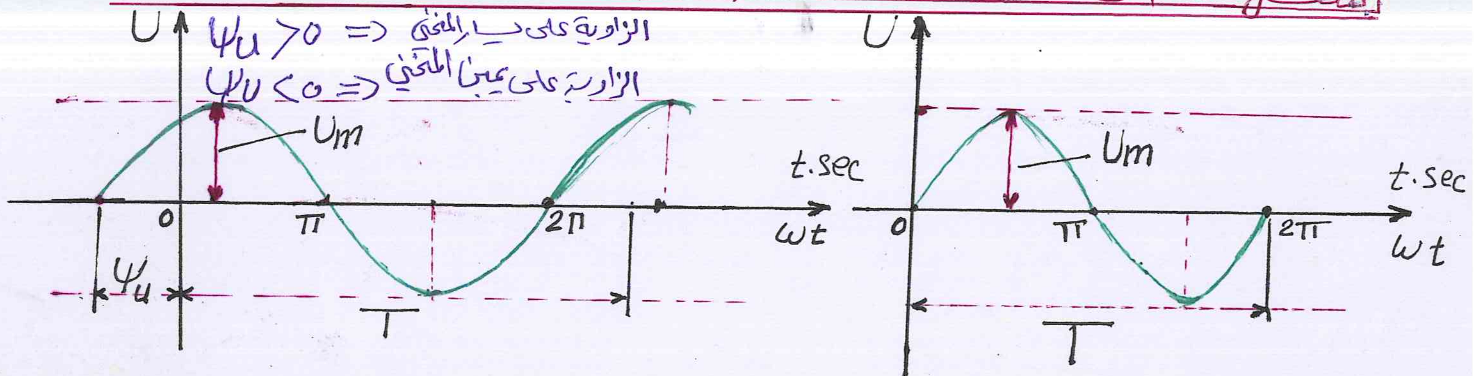
يمتاز التيار المتناوب عن التيار المستمر بمزايا عديدة أهمها :

1 - أكثر اقتصادية "عند استخدامه في التوليد والنقل واستثمار الطاقة الكهربائية.

2 - يمكن تحويل الجهد من قيمة إلى أخرى مع المحافظة على شكل منحني الجهد الجيبي.

3 - المحركات الكهربائية ذات التيار المتناوب تعتبر أبسط من محركات التيار المستمر تصميماً، وأكثر استخداماً

الشكل العام والمعادلة الموافقة للجهد في دارات التيار المتناوب الجيبي.



$$U(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

$$U(t) = U_m \sin \omega t$$

حيث : U_m : أكبر قيمة تبلغها الموجة (قيمة المطال الأعظمي).

ω : السرعة الزاوية للدوران وتقدر ب (rad/s) أو (التردد الزاوي).

ψ_u : قيمة زاوية الطور الابتدائية.

القيم الأساسية التي تميز التوابع الجيبية :

1 - التردد : عدد دورات الموجة التي تحدث في ثانية واحدة، ويرمز له ب (f) و واحدته هي الهرتز (H_z) ويدعى أحياناً بالتواتر.

2 - الدور T : الزمن اللازم الذي تستغرقه دورة واحدة من الموجة ويقاس بالثانية (S) وهو مقلوب التردد $T = \frac{1}{f}$.

3 - السرعة الزاوية ω : وهو معدل تغير الزاوية بدلالة الزمن وتعطى بالعلاقة : $\omega = 2\pi f$ ، وواحدتها (rad/s).

4- المطال الأعظمي : وهو عبارة عن القيمة العظمى للموجة .

5- زاوية الطور الابتدائية ψ_u : هي عبارة عن زاوية التابع الجيبي في اللحظة $t=0$ وتقدر بالراديان (rad) .

6- انزياح الطور بين الجهد والتيار : $\psi = \psi_u - \psi_i$

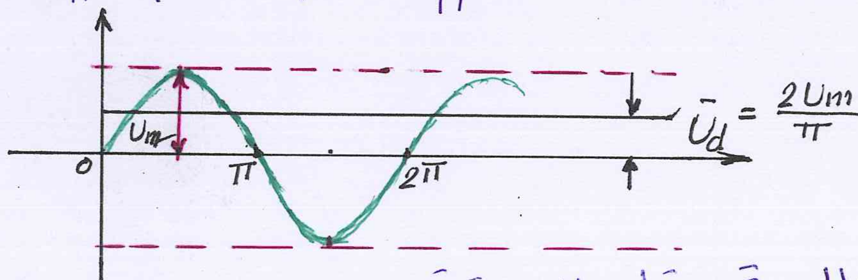
7- القيمة اللحظية للجهد : هي مقدار موجة الجهد في لحظة معينة .

8- القيمة المتوسطة للموجة الجيبية : هي الفرق بين مساحة القسم الموجب ومساحة القسم السالب وتكون مساوية للصفر لذلك نأخذ فقط في أحد القسمين .
وهي تساوي $\bar{U}_d = \frac{2U_m}{\pi}$ وذلك حسب الآتي :

$$\bar{U}_d = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\cdot d\omega t = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} U_m \sin\omega t \cdot d\omega t$$

$$\bar{U}_d = \frac{-U_m}{\pi}\Big[\cos(\omega t)\Big]_0^{\pi} = \frac{-U_m}{\pi}\Big[(\cos\pi - \cos 0)\Big]$$

$$\bar{U}_d = \frac{-U_m}{\pi}(-1-1) = \frac{2U_m}{\pi}$$ القيمة المتوسطة للموجة الجيبية هي



9- القيمة الفعالة للموجة الجيبية : تعطى بالعلاقة :

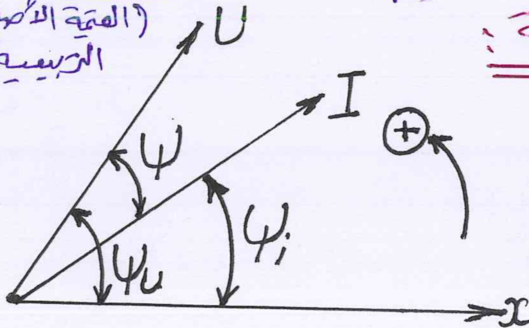
$$U_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)\,dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}(U_m \sin\omega t)^2 \cdot dt}$$

علما : $\sin^2\omega t = \frac{1}{2}(1-\cos 2\omega t)$ بالتعويض وإجراء التكامل والجذر ⇐

Root-mean-square value $U_{RMS} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$. القيمة الفعالة للموجة الجيبية :

(القيمة الأصلية الجذرية التربيعية)

* **تمثيل التوابع الجيبية باستخدام الأشعة :**



الشكل الجانبي يمثل التمثيل الشعاعي للتوابع الجيبية بحيث طول الشعاع هو القيمة الفعالة للتيار أو التوتر، وزاوية الانحراف عن المحور x هي زاوية الطور الابتدائية ψ_i ، ψ_u

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$$
$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$$
$\Rightarrow$

$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ زاوية الطور بين التوتر والتيار

- نناقش حالات وضع شعاعي التوتر والتيار بالنسبة للمحور x، فإذا كان φ_i يساوي الصفر ⇐ شعاع التيار منطبق على المحور x.
وإذا كان φ_u يساوي الصفر ⇐ شعاع التوتر منطبق على المحور x.
- نناقش وضع زاوية الطور φ:

أ- إذا كان $\varphi = \varphi_u - \varphi_i > 0$ سيكون $\varphi_u > \varphi_i$ ويكون شعاع التوتر متقدم على شعاع التيار وبالتالي تمثل حالة وشيعة.

ب- إذا كان $\varphi = \varphi_u - \varphi_i < 0$ ⇐ $\varphi_u < \varphi_i$ ويكون شعاع التوتر متأخر عن شعاع التيار وبالتالي تمثل حالة مكثف.

ج- إذا كان $\varphi = 0$ ⇐ $\varphi_u = \varphi_i$ وبالتالي شعاع التوتر منطبق على شعاع التيار وهذه الحالة تمثل حالة مقاومة.

* تمثيل التوابع الجيبية باستخدام الأعداد العقدية:

نستطيع الانتقال من التمثيل الشعاعي للتوابع الجيبية إلى تمثيلها باستخدام الأعداد العقدية، وذلك بأن يمثل المحور الأفقي (x) الأعداد الحقيقية ويرمز له بـ ($+1$) والمحور الشاقولي (y) الأعداد التخيلية ويرمز له بـ ($+J$) حيث يكون لدينا $J^2 = -1$ ⇐ $J = \sqrt{-1}$.

يمثل العدد العقدي بالشكل $A = a + Jb$

وبالتالي يمكننا كتابة التيار بالشكل:

$\dot{I} = I' + J I''$

قيمة فعالة ← $\dot{I}$ ، قسم حقيقي ← I' ، قسم تخيلي ← I''

من الشكل نكتب:

$$\begin{cases} I' = I \cos \varphi_i \\ I'' = I \sin \varphi_i \end{cases}$$

⇐ الشكل العقدي أصبح بالشكل الثاني كما يلي:

الشكل المثلثي $\dot{I} = I\cos\varphi_i + J I \sin\varphi_i$

وبالتالي يمكن الانتقال إلى الشكل القطبي وبالتالي :

$\dot{I} = I e^{J\varphi_i}$ الشكل القطبي للتيار

ما نخذناه على التيار يمكننا تمثيله على شعاع التوتر وبالتالي نكتب :

$\dot{U} = U' + JU''$ الشكل الجبري (العقدي)

$\dot{U} = U\cos\varphi_U + JU\sin\varphi_U$ الشكل المثلثي

$\dot{U} = U e^{J\varphi_U}$ الشكل القطبي

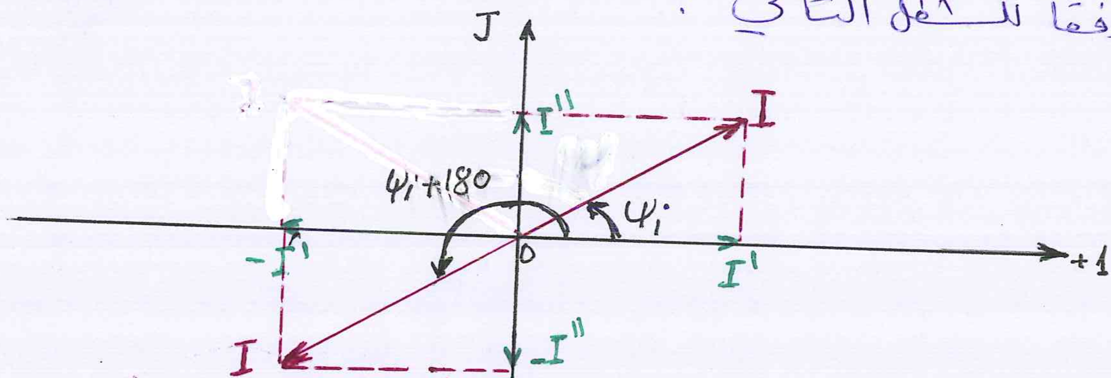
حيث يتم الانتقال من الشكل الجبري إلى الشكل القطبي وفقاً للعلاقات التالية :

$\dot{I} = \sqrt{I'^2 + I''^2}$

$\varphi_i = arc\,tg \dfrac{I''}{I'} \Leftarrow I' > 0$ إذا كانت : أ ـ

$\varphi_i = arc\,tg \dfrac{I''}{I'} + 180° \Leftarrow I' < 0$ ب ـ

وفقاً للشكل التالي :



* **العمليات الجبرية على الأعداد العقدية :**

ملاحظة : عند عمليتي الجمع والطرح يجب العمل بالشكل الجبري (العقدي) ، وعند عمليتي الضرب والتقسيم يجب العمل بالشكل القطبي .

1 ـ جمع شعاعين : ليكن لدينا الشعاعين $\dot{I}_1$ ، $\dot{I}_2$ والمطلب إيجاد $\dot{I}_3$

حيث : $\dot{I}_3 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$ ، $\dot{I}_2 = I'_2 + JI''_2$ و $\dot{I}_1 = I'_1 + JI''_1 \Leftarrow$

$\dot{I}_3 = (I'_1 + I'_2) + J(I''_1 + I''_2)$

2- طرح الشعاعين $\dot{I}_1$ و $\dot{I}_2$ حيث $\dot{I}_4 = \dot{I}_1 - \dot{I}_2$ ⇐

$$\dot{I}_4 = (I'_1 - I'_2) + J(I''_1 - I''_2)$$

3- ضرب الشعاعين $\dot{I}_1$ و $\dot{I}_2$ حيث $\dot{I}_5 = \dot{I}_1 \cdot \dot{I}_2$ ، وأن :

$$\left.\begin{array}{l} \dot{I}_1 = I_1 e^{J\varphi_1}, \\ \dot{I}_2 = I_2 e^{J\varphi_2}, \end{array}\right\} \Rightarrow \dot{I}_5 = I_1 \cdot I_2 \, e^{J(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

4- تقسيم شعاعين $\dot{I}_1$ و $\dot{I}_2$ حيث $\dot{I}_6 = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2}$ ⇐

$$\dot{I}_6 = \frac{I_1 e^{J\varphi_1}}{I_2 e^{J\varphi_2}} = \frac{I_1}{I_2} \cdot e^{J(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

مثال تطبيقي :

- إذا كان لدينا تيار جيبي وكانت متغيراته هي :

$f = 50\ H_3$ و $I_m = 56,5\ A$ القيمة العظمى

$\omega = 2\pi f = 314\ rad/s$ و $\varphi_i = -30^\circ$ زاوية الطور مع المحور (x)

أحسب القيمة اللحظية للتيار بأشكاله الأربعة :

الحل : 1- الشكل الجيبي : $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$ ⇐

$$i(t) = 56,5 \sin(314t + (-30^\circ))$$

2- الشكل القطبي :

$$\dot{I} = I e^{J\varphi_i}$$

لكن (I) هي القيمة الفعالة وتساوي $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \Rightarrow I = \frac{56,5}{\sqrt{2}} = 40A$ ⇐

$$\dot{I} = 40 e^{-J30^\circ}$$

3- الشكل المثلثي :

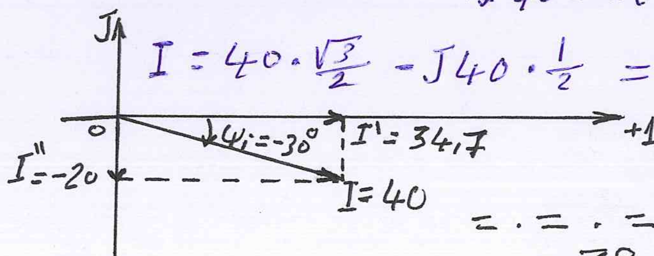
$$\dot{I} = I \cos\varphi_i + J I \sin\varphi_i$$

حيث : I - القيمة الفعالة ⇐

$$\dot{I} = 40\cos(-30^\circ) + J\,40\sin(-30^\circ)$$ ⇐

$$I = 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - J40 \cdot \frac{1}{2} = 34,7 - J20\ A$$

4- الشكل الشعاعي :



=.=.=.=.=

« المحاضرة الثامنة »

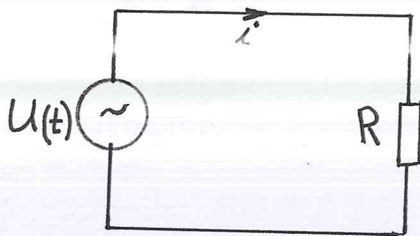
* عناصر الدارة الكهربائية تحت تأثير التيار الجيبي :

عادة تتكون الدارة الكهربائية من مجموعة العناصر (مقاومات - ملفات - مكثفات) تتصل فيما بينها بواسطة نواقل كهربائية لتشكل دارة مغلقة تسمح بمرور التيار الكهربائي خلالها .

في دارات التيار المستمر تكون التيارات والجهود ذات قيمة واتجاه ثابتين لذلك فإن المقاومات تشكل العناصر الأساسية للدارات المستمرة .

وفي دارات التيار المتناوب تكون المقاومات والملفات والمكثفات هي عناصر الدارة الأساسية لذلك سندرس تأثير التيار المتناوب على كل منها :

1- المقاومة تحت تأثير التيار الجيبي :



نطبق جهد جيبي على طرفي المقاومة (R) فيكون لدينا :

$$U(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$$

ويكون شدة التيار وفقاً لقانون أوم :

$$i(t) = \frac{U(t)}{R} = \frac{U_m}{R} \sin(\omega t + \varphi_u) \quad (1$$

لتكن $i(t)$ سارية :

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) \quad --(2$$

بالمطابقة بين العلاقتين (1) و (2) ⇐

$$I_m = \frac{U_m}{R} \quad , \quad \varphi_u = \varphi_i$$

وبذلك يكون شكل موجة التيار مطابق لشكل موجة الجهد ويختلف عنه فقط بطول المطال .

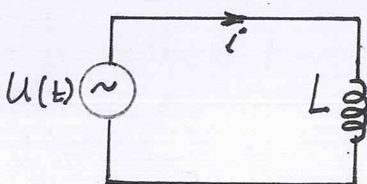
وتكون زاوية انزياح الطور بينهما معدومة أي :

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0$$

والقيمة الفعالة للتيار $I_{RMS} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$

ويكون التمثيل بشكل عقدي عبارة عن (قيم فعالة + زوايا) ، كما بينه الشكل

2- الممانعة (الوشيعة) تحت تأثير التيار الجيبي :



نطبق جهد جيبي متناوب على طرفي الملف L :

$$U(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$$

عند ذلك سيمر تيار لحظي على طرفي الملف يمكن تحديده بالعلاقة :

$$u(t) = L\frac{di}{dt} \Rightarrow di = \frac{1}{L}u(t)\,dt \Rightarrow$$

$$i = \frac{1}{L}\int u(t)\,dt = \frac{1}{L}\int U_m \sin(\omega t + \varphi_u)\cdot dt$$

$$i = \frac{U_m}{L}\cdot\frac{1}{\omega}\left[-\cos(\omega t + \varphi_u)\right]$$

$$i = \frac{U_m}{L\omega}\sin(\omega t + \varphi_u - 90^\circ)$$

حيث : - $\sin(\omega t + \varphi_u - 90^\circ) = -\cos(\omega t + \varphi_u)$

$$i = \frac{U_m}{L\omega}\sin(\omega t + \varphi_u - 90) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$$

بالمطابقة ⇐

$$I_m = \frac{U_m}{L\cdot\omega}$$ المطال الأعظمي للتيار

$$\varphi_i = \varphi_u - 90^\circ$$ زاوية طور التيار

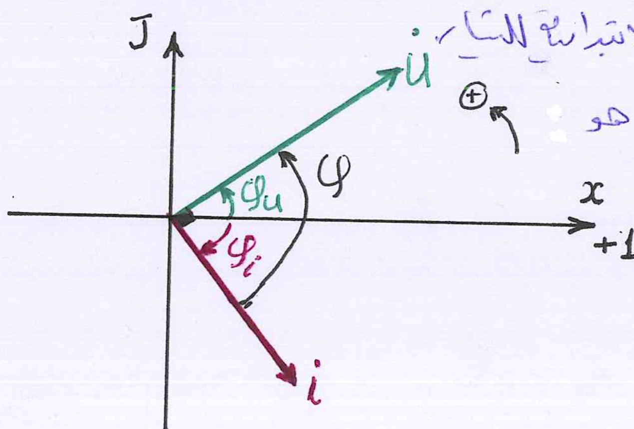
لكن زاوية ازاحة الطور تساوي :

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \varphi_u - (\varphi_u - 90^\circ) = 90$$

نستنتج وبما أن زاوية ازاحة الطور تساوي $90^\circ > 0$ بأنه التوتر متقدم على التيار بزاوية قدرها 90° .

حيث : - $\omega\cdot L$ الممانعة التحريضية للدارة وتقدر بالأوم . ويرمز لها بـ $Z = X_L$.

- φ_i زاوية الطور الابتدائية للتيار .

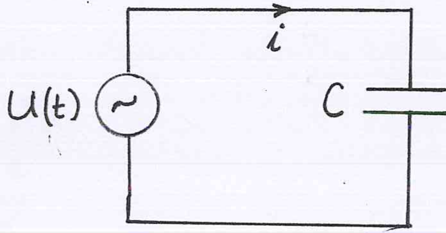


ويكون التمثيل الشعاعي لهذه الحالة هو التمثيل المعقدي أيضاً كما هو مبين .

أي أنه التوتر متقدم عن التيار في حالة (وشيعة) .

3- السعة تحت تأثير التيار الجيبي المتناوب:

إذا طبقنا جهد جيبي على أطراف المكثفة ذات السعة (C) نجد :



$$U(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$$

وبالتالي فإن هذه السعة سوف تشحن وتتفرغ بشكل دوري نتيجة لذلك سوف يمر تيار لحظي قيمته بالعلاقة :

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$$

$$i(t) = C\,\omega\,U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$i(t) = C\omega U_m \sin(\omega t + \varphi_u + 90^\circ)$$

لكن الشكل العام لمعادلة التيار هو :

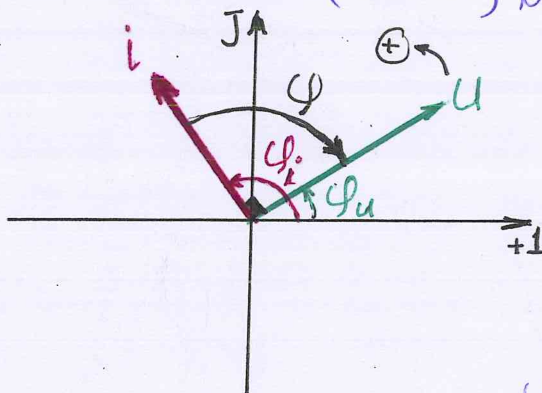
$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$$

بالمطابقة $\Rightarrow$

$$I_m = \omega . C . U_m$$

$$\varphi_i = \varphi_u + 90^\circ$$

وبالتالي فإن زاوية طور التيار أكبر بـ 90° من زاوية طور التوتر. أي أن التيار يتقدم على التوتر في الحالة (مكثف).



وزاوية إزاحة الطور (φ) تساوي :

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \varphi_u - (\varphi_u + 90^\circ)$$

$$\varphi = -90^\circ$$

وبالتالي تكون التمثيل المتجهي والشعاعي كما هو مبين بالشكل .

* حساب الممانعة التحريضية والممانعة السعوية:

أ- الممانعة التحريضية:

نطبق قانون أوم فنكون لدينا:

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U e^{J\varphi_u}}{I e^{J\varphi_i}} = \frac{U}{I} e^{J(\varphi_u - \varphi_i)}$$

حيث: U - I } - قيم فعالة للتوتر والتيار

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 90^\circ$$

$$Z = \frac{\frac{U_m}{\sqrt{2}}}{\frac{U_m}{\omega L \sqrt{2}}} e^{J90^\circ} = \omega L e^{J90} = 0 + J\omega L = J X_L$$

وبالتالي الممانعة التحريضية الملف هي:

$$Z = J X_L = J\omega L$$

حيث: - السرعة الزاوية تقاس (rad/s) $\omega = 2\pi f$

- تقاس بالهنري (H) قيمة تحريضية الملف L

ب- الممانعة السعوية:

نطبق قانون أوم فيكون لدينا:

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U e^{J\varphi_v}}{I e^{J\varphi_i}} = \frac{U}{I} e^{J(\varphi_v - \varphi_i)}$$

حيث U - I } قيم فعالة للتوتر والتيار.

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -90^\circ$$

$$Z = \frac{\frac{U_m}{\sqrt{2}}}{\frac{I_m}{\sqrt{2}}} = \frac{\frac{U_m}{\sqrt{2}}}{\frac{\omega C U_m}{\sqrt{2}}} e^{-J90^\circ}$$

$$Z = \frac{1}{\omega C} e^{-J90^\circ} = 0 - J X_C$$

$$\frac{1}{\omega C} = X_C$$

حيث: C : سعة المكثف وتقاس بالفاراد.

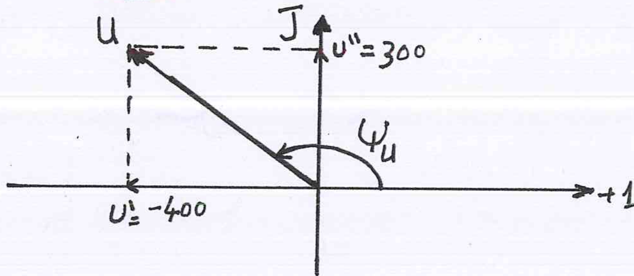
ملاحظة: المقاييس الكهربائية تظهر لنا القيم الفعالة الكهربائية.

* أمثلة تطبيقية :

1- إذا كانت قيمة الجهد الفعالة تساوي :

$$U = -400 + J300$$

والتردد $f = 50Hz$ ، أحسب القيمة اللحظية للجهد بالشكل الجيبي.



الحل :

$$\dot{U} = U e^{J\psi_u}$$

القيمة الفعالة $U = \sqrt{(-400)^2 + (300)^2} = 500V$

$\psi_u = arctg \frac{U''}{U'} + 180^\circ \longrightarrow$ لأن U' سالبة

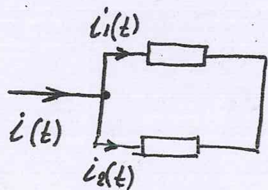
$$\psi_u = arctg \frac{300}{-400} + 180 = 143.13$$

$$U(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

$$\left.\begin{array}{l} U_m = U\sqrt{2} = 500 \cdot \sqrt{2} = 707V \\ \omega = 2\pi f = 314 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$U(t) = 707 \sin(314t + 143.13)$$

=.=.=.=.=.=



2- إذا كان لدينا جزء من دائرة كهربائية كما في الشكل ، وكان لدينا :

$$i_1(t) = 100 \sin(\omega t),$$

$$i_2(t) = 75 \sin(\omega t + 45^\circ)$$

أحسب التيار $i(t)$ باستخدام قانون كيرشوف الأول.

الحل :

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t)$$

وبالتالي يجب تحويل $i_1(t)$ ، $i_2(t)$ من الشكل اللحظي إلى الشكل الجبري (العقدي):

$$i_1(t) = I_1 \cos\psi_1 + J I_1 \sin\psi_1 = I_1 \cos 0 + J I_1 \sin 0$$

$$i_1(t) = \frac{100}{\sqrt{2}} \cos 0 + J \frac{100}{\sqrt{2}} \sin 0 = \frac{100}{\sqrt{2}} + J0 = \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot e^{J0}$$

شكل عقدي ← → شكل قطبي

$$i_2(t) = \frac{75}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + J \frac{75}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{75}{2} + J\frac{75}{2}$$

$$i = (i_1' + i_2') + J(i_1'' + i_2'')$$

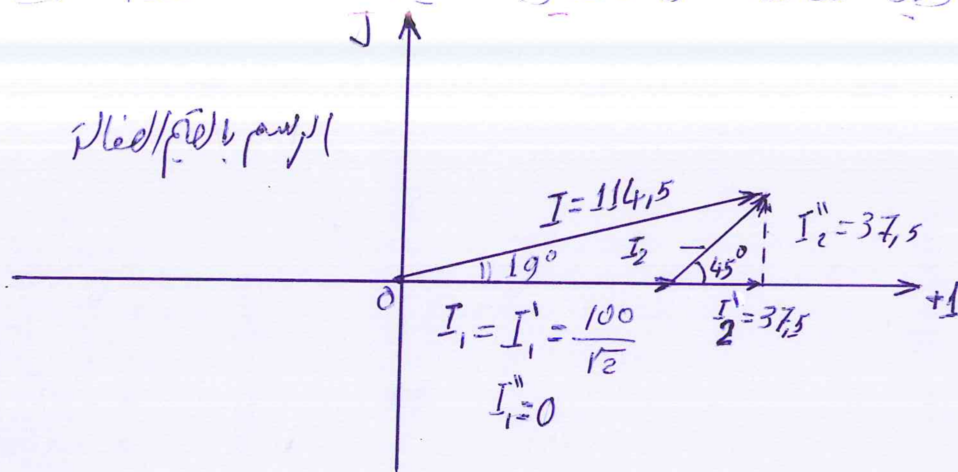
$$i = \frac{100}{\sqrt{2}} + \frac{75}{2} + J\left(\frac{75}{2} + 0\right)$$

$$i = 108 + J\,37{,}5 \quad , \Rightarrow I = \sqrt{(108)^2 + (37{,}5)^2} = 114{,}5 \Rightarrow$$

$$I_m = 114{,}5 \cdot \sqrt{2} = 161{,}92 , \quad \varphi = \arctg \frac{37{,}5}{108} = 19^\circ \Rightarrow$$

$$i(t) = 161{,}92 \sin(\omega t + 19)$$ وهو التيار الكلي المطلوب

يمكن أيضاً متابعة الحل وتمثيل التيارات باستخدام المخطط الشعاعي



$$I_1 = 70\, e^{J0}$$

$$I_2 = 37{,}5\, e^{J45}$$

$$I = I_1 + I_2 = 114\, e^{J19^\circ}$$

القيمة الفعالة .

= . = . = . = . = . = . = . =

3- نطبق جهد جيبي على أطراف ملف تحريضيته $L = 100\ m.H$ ، احسب القيمة اللحظية للتيار وارسم المخطط الشعاعي المعقد للتوتر والتيار

علماً أن : $U(t) = 310 \sin(314t + 45)$

الحل :

ط -

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$$

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L} = \frac{310}{314 \cdot \frac{100}{1000}} = \frac{310}{31.4} = 7\sqrt{2}$$

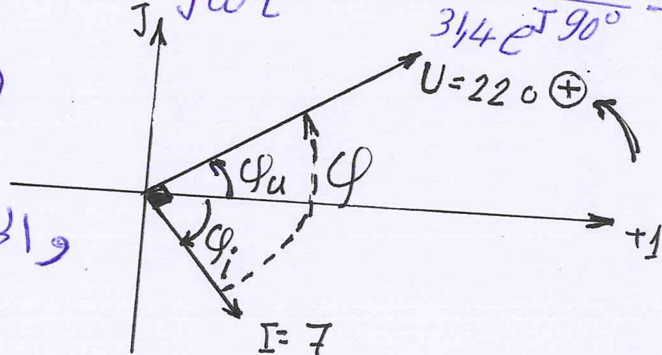
$$\varphi_i = \varphi_u - 90° = 45° - 90° = -45° \Rightarrow$$

$$i(t) = 7\sqrt{2} \sin(314t - 45)$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{U e^{J\varphi_u}}{JX_L} = \frac{\frac{310}{\sqrt{2}} e^{J45}}{J\omega L} = \frac{220\ e^{J45}}{31.4\ e^{J90°}} = 7e^{-J45°}$$

ط ٢ -

$$i(t) = 7\sqrt{2}\ (314t - 45)$$



والجهد يتقدم على التيار بزاوية $90°$

=.=.=.=.=.=.=

4 - يمر تيار جيبي في ملف معامل تحريضيته الذاتي $(L = 2H)$ ، والمطلوب :

A- حساب الممانعة التحريضية .

B- المعادلة اللحظية للتوتر .

C- القيمة الفعالة للتيار والتوتر علماً أن التيار اللحظي معادلته: $i(t) = 0.3 \sin 200t$.

A- $Z = X_L = \omega L = 2\pi f \cdot L = 200 \cdot 2 = 400\ \Omega$

B- $U(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$

$$U_m = I_m \cdot \omega L = 0.3 \cdot 400 = 120\ V$$

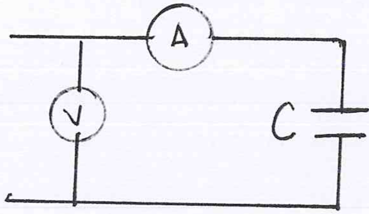
$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 90° \quad , \varphi_i = 0 \Rightarrow \varphi = \varphi_u = 90°$$

$$U(t) = 120 \sin(200t + 90°)$$

C - $I_{RMS} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{0.3}{\sqrt{2}}\ A \quad , \quad U_{RMS} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{120}{\sqrt{2}}\ V$.

=.=.=.=.=.=

5 ـ تطبق جهد جيبي تردده $f=50\,Hz$ ، على أطراف مكثف حسب الشكل، إذا كان مقياس جهاز الفولت يساوي (220 V) ومقياس الأمبير (2 A) ، أحسب قيمة السعة C للمكثف.



الحل :

$$X_C = \frac{U_m}{I_m}$$

$$X_C = \frac{220\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 110\,\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega \cdot X_C} = \frac{1}{314 \cdot 110} = 2{,}9 \cdot 10^{-5}\,f.$$

= . = . = . = . = . = . =

6 - يتم ربط مكثف سعته $(C = 5\,MF)$ الى منبع جهد متناوب محدد بالعلاقة :

$U(t) = 100 \sin 1000\,t$ والمطلوب :

1 ـ حساب الممانعة الردية للمكثف .

2 ـ كتابة المعادلة اللحظية للتيار .

3 ـ حساب القيمة الفعالة للتيار .

4 ـ رسم المخطط الشعاعي .

1) $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 200\,\Omega$

2) $I(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_i)$

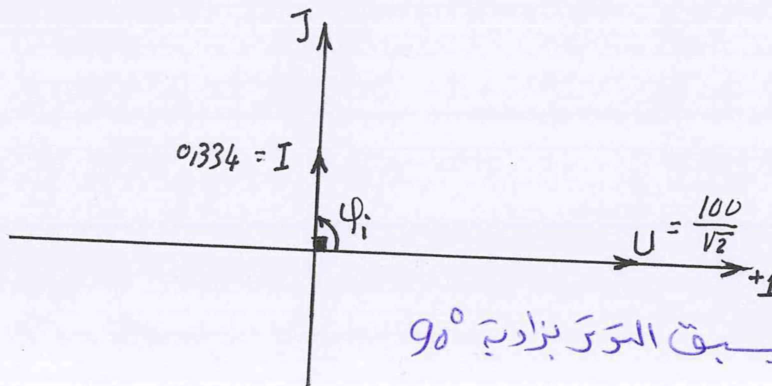
$\varphi_u = 0 \Rightarrow \varphi_u - \varphi_i = 90 \Rightarrow \varphi_i = 90^\circ$

$I_m = \frac{U_m}{X_C} = \frac{100}{200} = 0{,}5\,A$

$i(t) = 0{,}5 \sin(1000t + 90^\circ)$

3) $I_{Rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{0{,}5}{\sqrt{2}} = 0{,}334\,A$

4)

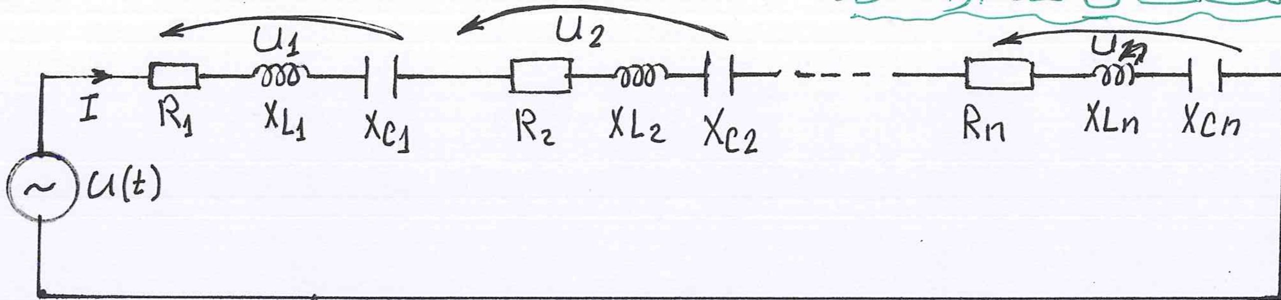


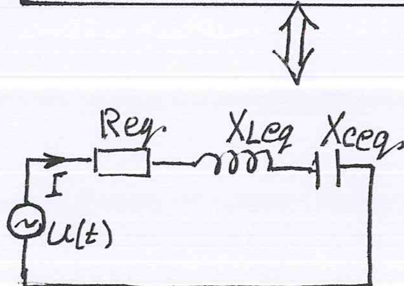
أي ان التيار يسبق التوتر بزاوية 90°

= . = . = . = . = . = . =

« المحاضرة التاسعة »

* الوصل التسلسلي لعناصر الدارة :





إن الممانعة العقدية في حالة المقاومة $Z = R$

كما أن الممانعة العقدية في حالة الوشيعة $Z = JX_L$

فالممانعة العقدية في حالة المكثفة $Z = -JX_C$

حيث : $X_L = \omega L$ ، $X_C = \frac{1}{\omega C}$

من الشكل نجد أن الجهد الكلي للدارة بالصيغة العقدية يعطى بالشكل :

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dots + \dot{U}_n$$

$$\dot{U} = IZ_1 + IZ_2 + \dots + IZ_n \qquad (Z_1 = R_1 + J(X_L - X_C))$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

$$X_{Leq} = X_{L1} + X_{L2} + \dots + X_{Ln} \qquad (J\omega L_1 + J\omega L_2 + \dots + J\omega L_n)$$

$$X_{Ceq} = X_{C1} + X_{C2} + \dots + X_{Cn} \qquad \left(\frac{-J}{\omega C_1} + \frac{-J}{\omega C_2} + \dots + \frac{-J}{\omega C_n}\right)$$

$$\omega L_{eq} = \omega L_1 + \omega L_2 + \dots + \omega L_n$$

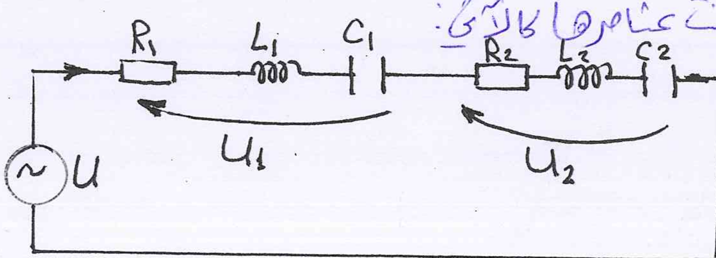
$$\omega L_{eq} = \omega(L_1 + L_2 + \dots + L_n) \Rightarrow L_{eq} = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

$$\frac{1}{\omega C_{eq}} = \frac{1}{\omega C_1} + \frac{1}{\omega C_2} + \dots + \frac{1}{\omega C_n} \Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

نتيجة : في الدارة التسلسلية يمكن جمع جميع العناصر المتماثلة مع بعضها البعض بالشكل الحسابي والاستعاضة عنها بالعناصر المكافئة ، وبالتالي تمثيل الدارة التسلسلية العامة بدارة تسلسلية مؤلفة من ثلاث عناصر هي Req ، Leq ، Ceq.

مثال تطبيقي :

إذا كان لدينا دارة كما مبينة في الشكل وكانت عناصرها كالآتي :



$R_1 = R_2 = 4\,\Omega$

$X_{L1} = 3\,\Omega$, $X_{L2} = 1\,\Omega$

$X_{C1} = 6\,\Omega$, $X_{C2} = 4\,\Omega$

$U = 220\,V$ (قيمة فعلية وزاويتها صفر)

إذا كان تعطى :

أحسب : 1- التيار المار في الدارة .

2- أرسم الدارة المكافئة وهبوط الجهد على كل عنصر منها ،

3- زاوية الطور $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$.

4- رسم المخطط الشعاعي العقدي (للجهد والتيار) .

الحل :

$R_{eq} = R_1 + R_2 = 4 + 4 = 8\,\Omega$

$X_{Leq} = X_{L1} + X_2 = 3 + 1 = 4\,\Omega$

$X_{Ceq} = X_{C1} + X_{C2} = 6 + 4 = 10\,\Omega$

حساب المكافئة المكافئة

$Z_{eq} = R_{eq} + j(X_{Leq} - X_{Ceq})$

$Z_{eq} = 8 + J(4 - 10) = 8 - J6$

$Z_{eq} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

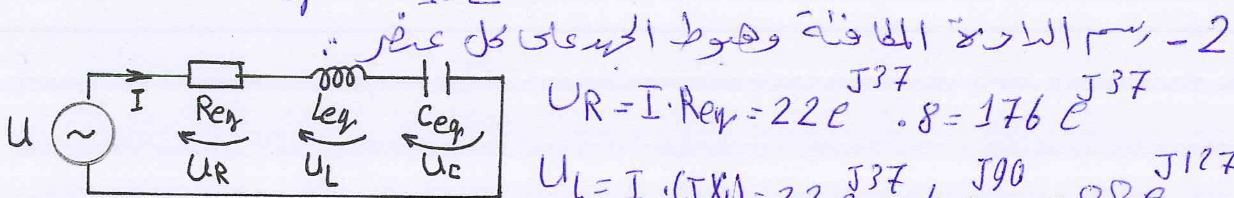
$\varphi = \arctg \frac{-6}{8} = -37°$

$Z_{eq} = 10 \angle -37$

حسب قانون أوم يكون التيار الكلي :

$$I = \frac{U}{Z_{eq}} = \frac{220 \angle 0}{10 \angle -37} = 22\, e^{J37}$$

2- رسم الدارة المكافئة وهبوط الجهد على كل عنصر :



$U_R = I \cdot R_{eq} = 22 e^{J37} \cdot 8 = 176\, e^{J37}$

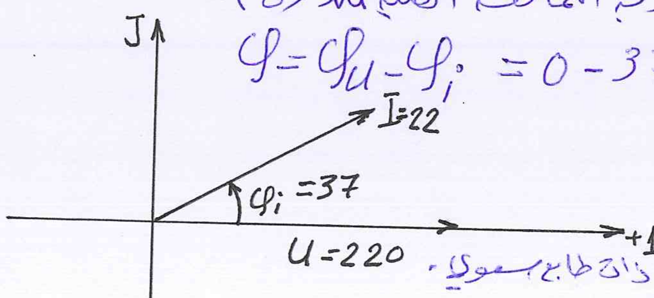
$U_L = I \cdot (J X_L) = 22 e^{J37} \cdot 4 e^{J90} = 88\, e^{J127}$

$U_C = I \cdot (-J X_C) = 22 e^{J37} \cdot 10 e^{-J90} = 220\, e^{-J53}$

3- زاوية الطور : (هي نفسها زاوية الممانعة الكلية للدارة) .

$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0 - 37 = -37$

4- المخطط الشعاعي :



نلاحظ أن التيار يتقدم على الجهد بزاوية 37 ونقول أن ممانعة الدارة ذات طابع سعوي .

أشباه الموصلات:

تعريف شبه الموصل أو نصف الناقل: (Semiconductor)

هو مادة صلبة يتم التحكم في موصليتها الكهربائية بإضافة عناصر أخرى، حيث تكون مقاومته الكهربائية ما بين الموصلات والعوازل، كما يمكن لمجال كهربائي خارجي تغيير درجة مقاومة شبه الموصل.

الأجهزة التي يدخل في تركيبها مواد (شبه موصلة تعتبر أساس الالكترونيات الحديثة)(راديو - تلفزيون - كمبيوتر - هاتف ... الخ)، أما الأجزاء الالكترونية التي تعمل بأشباه الموصلات (ترانزستور - الخلايا الشمسية - الصمامات الثنائية - الثنائيات باعثة الضوء - موحدات التيار - الدوائر المتكاملة التشابهية والرقمية) وعمبرها تعمل بالسيليكون.

في الموصلات المعدنية تقوم الالكترونات بنقل التيار الكهربائي، أما في أشباه الموصلات فينتقل التيار الكهربائي عن طريق سيل من الالكترونات المتجهة إلى القطب الموجب مصحوباً بسيل من الفجوات (ذات الشحنة الموجبة) خلال البناء الذري للمادة والمتجهة إلى القطب السالب.

ملاحظة: يساعد على تكوين تلك الفجوات الالكترونية الموجبة تشويب المادة الشبه موصلة مثل الجرمانيوم المشوّب من مادة أخرى.

يكون شبه الناقل النقي بدون شوائب ويعرف بالموصل الأصيل، ويتم تحسين قدرته على توصيل الكهرباء بإضافة عناصر أخرى تسمى «الشوائب» وذلك عن طريق صهرها وتركها لتبرد فتكوّن بلورة جديدة مختلفة عن الأصلية وتسمى هذه العملية بالتشويب. (إضافة شوائب إلى مادة نقية).

البلورة النقيّة:

هي بلورة شبه الموصل تتكون من ذرات ذات التكافؤ الرباعي، عن طريق مشاركة كل ذرة من ذرات شبه الموصل النقي بأربع ذرات مجاورة (رابطة تساهمية) من أهم تلك المواد هي (السيليكون والجرمانيوم) النقيّين.

البلورة غير النقية:

هي بلورة شبه موصل مشوبة أو مطعمة بذرات من مادة أخرى، أي تكون البلورة مشوبة بذرات عنصر آخر، تتغير من خواصها الفيزيائية، مثل التوصيل الكهربائي، والتوصيل الحراري، ومدى تأثرها بالمجال المغناطيسي.

تشويب :

هو نوع من التطعيم وهو إضافة كمية من ذرات مادة معينة إلى بلورة شبه موصل نقي بنسب تصل إلى (1,000,000 : 1) بهدف زيادة إما الالكترونات أو الثقوب الالكترونية في البلورة .

الثغرة الالكترونية الموجبة :

هي الفراغ الذي يخلفه الالكترون المتحرر من ذرته ، فيترك ثغرة شحنتها موجبة ، ويعتمد نقل التيار الكهربائي في شبه الموصل على حركة الالكترونات التي تتحرك في الاتجاه المصعد بينما تتحرك في نفس الوقت الثغرات الموجبة الشحنة إلى المهبط (القطب السالب) .

شبه الموصل السالب : (n-type Semiconductor)

هو بلورات لمواد شبه موصلة مشوبة (مطعمة) بذرات عناصر خماسية التكافؤ مثل (الزرنيخ) .

شبه الموصل الموجب : (P-type Semiconductor)

هو بلورات لمواد شبه موصلة مشوبة (مطعمة) بذرات عناصر ثلاثية التكافؤ مثل (الجاليوم) .

الصمام الثنائي : (Diode)

مكون الكتروني ينتج عند وصل شريحة نصف ناقلة من النوع n (سالبة) مع شريحة نصف ناقلة من النوع P (موجبة) ← [P-n Junction]

للثنائيات عدة تطبيقات الكترونية مثل :

أ- تحويل التيار المتناوب إلى تيار مستمر .

ب- الكشف عن الإشارات الراديوية .

ج- تنفيذ وظائف الحاسب المنطقية .

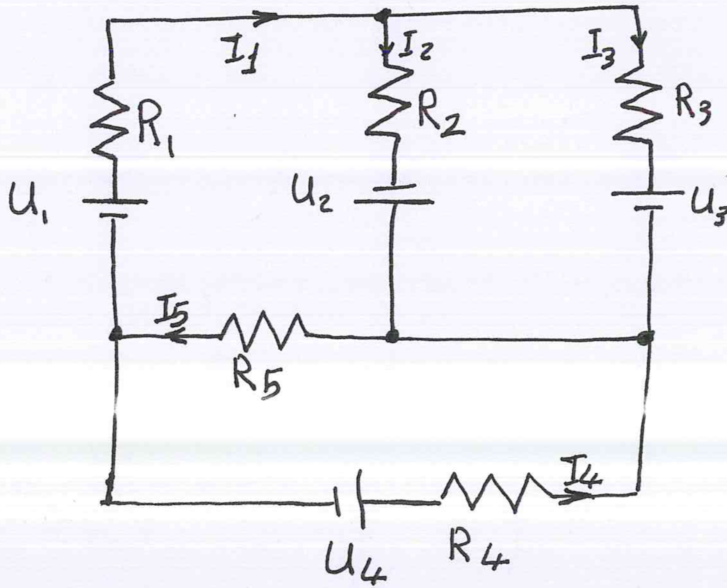
استخداماتها :

تلاقي شبه الموصلات استخدامات متعددة في صناعة الأجهزة الالكترونية منها : (الدارات المتكاملة - المعالج الدقيق Micro Processor - المتحكم الصغير Microcontroller) وحالياً تستخدم بشكل واسع في استغلال الأشعة الشمسية لتوليد الطاقة الكهربائية ، وكعدادات ومكشافات للأشعة السينية وأشعة غاما وبدائل لعدادات الجسيمات الأولية ونظراً للتقنية الرفيعة في إنتاجها فهي تشكل الجزء الأساسي في الكميرات الرقمية حيث يمكن صناعة عدة ملايين منها في (1 سنتيمتر مربع)

/ 10-9-8 / «عماني»

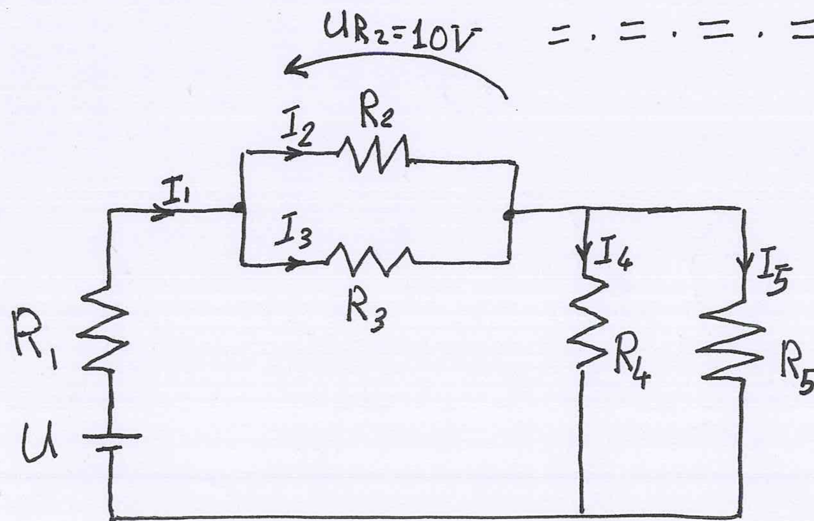
وظيفة 1 :

احسب التيارات المارة في فروع الدارة باستخدام قوانين كيرشوف علماً أن :



$U_1 = 10V$
$R_1 = 2\Omega$
$U_2 = 20V$
$R_2 = 1\Omega$
$U_3 = 20V$
$R_3 = 1\Omega$
$U_4 = 20V$
$R_4 = 1\Omega$
$R_5 = 1\Omega$

= . = . = . = . = . = . =



وظيفة 2 :

إذا علمت أن التوتر على المقاومة R_2 يساوي إلى $(10V)$ وأن :

$R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = 5\Omega$، $R_3 = 2\Omega$

والمطلوب :

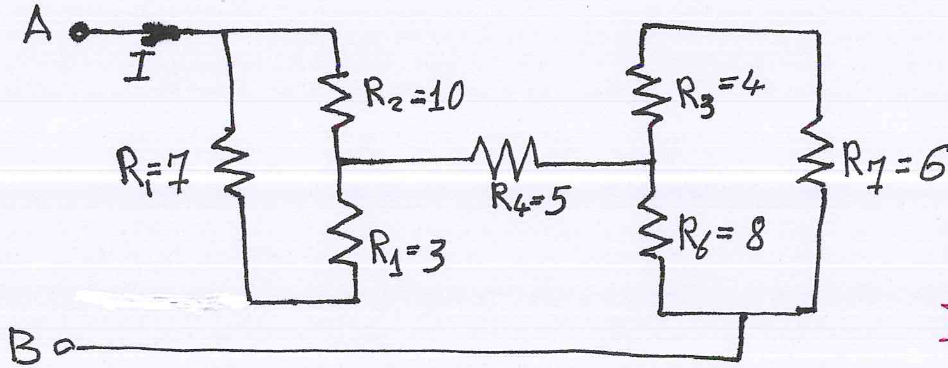
1- أحسب تيارات الدارة .

2- أحسب توتر المنبع U .

= . = . = . = . = . =

وظيفة 3:

* أوجد المقاومة المكافئة للدارات التالية منظوراً إليها من AB ، ثم أوجد التيار الكلي I علماً أن توتر المنبع $U_{AB}=10V$

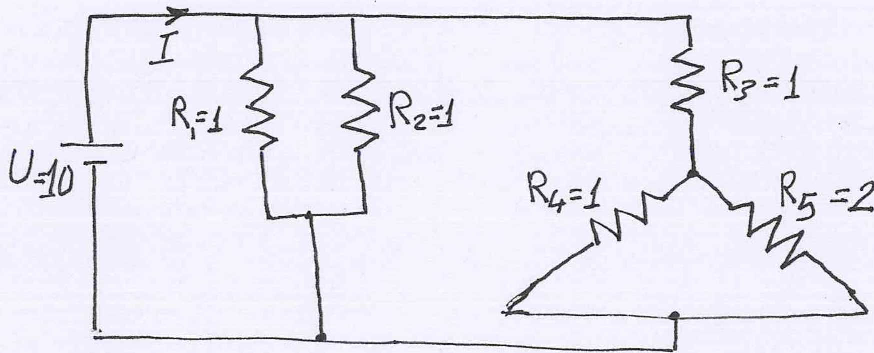


$R_{AB}=14,6\Omega$

$I=6,923A$

وظيفة 4:

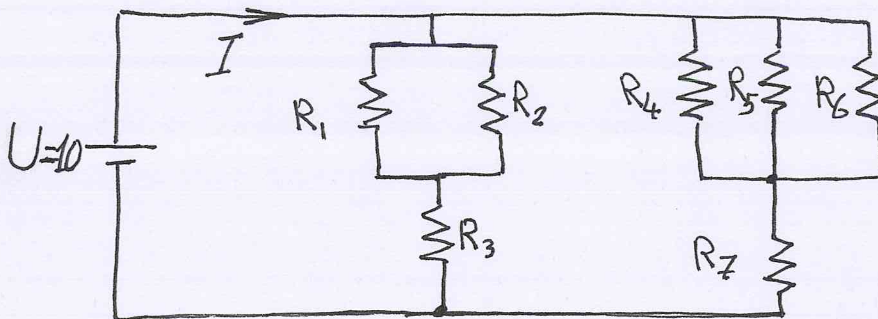
* أوجد التيار الكلي للدارة التالية:



$I=26A$

وظيفة 5:

* أوجد التيار الكلي للدارة التالية:

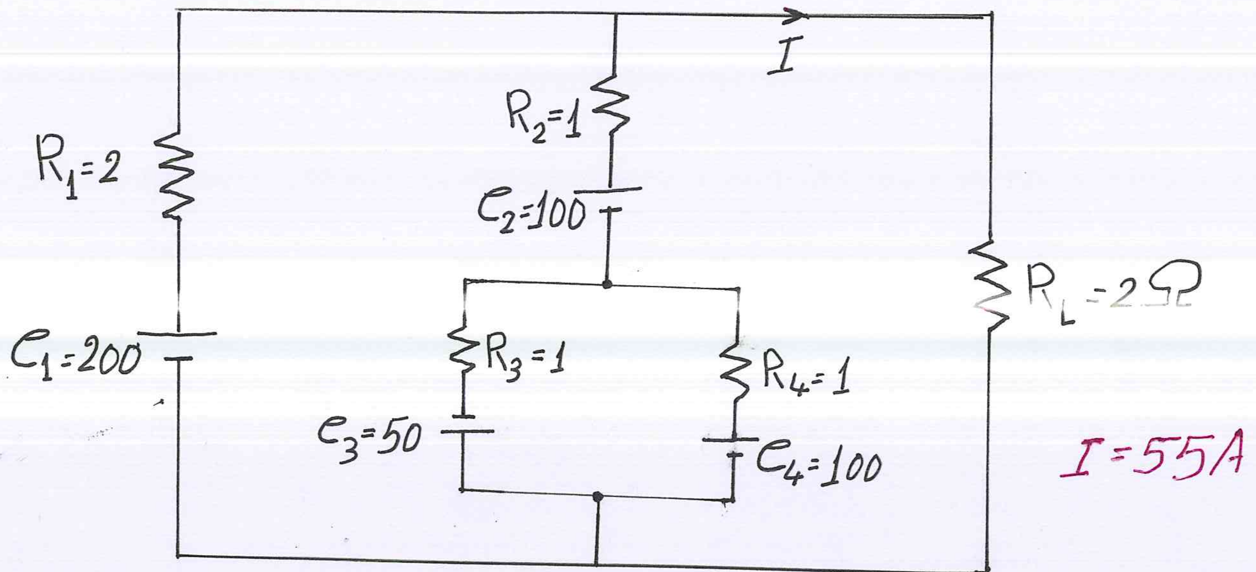


$R_1=R_2=R_3=R_4=R_5=$
$=R_6=R_7=2\Omega$

$I=7,083A$

وظيفة 6 :

أوجد تيار الحمل بطريقة اختصار ثنائيات الأقطاب للدارة التالية :

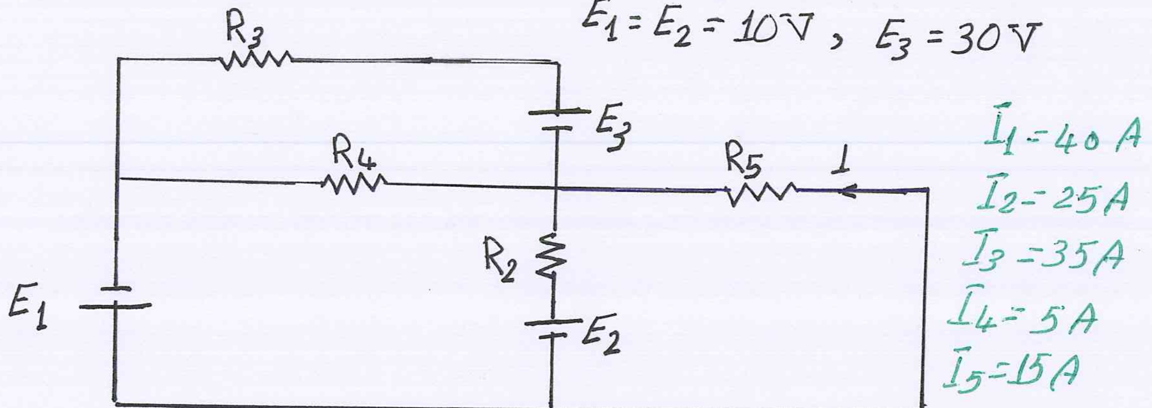


=.=.=.=.=.=.=.=.=.=

وظيفة 7 :

أوجد تيارات الفروع في الدارة المبينة وذلك باستخدام طريقة ماكسويل علماً أن : $R_2=R_3=R_4=R_5=1\Omega$

$E_1=E_2=10V$, $E_3=30V$



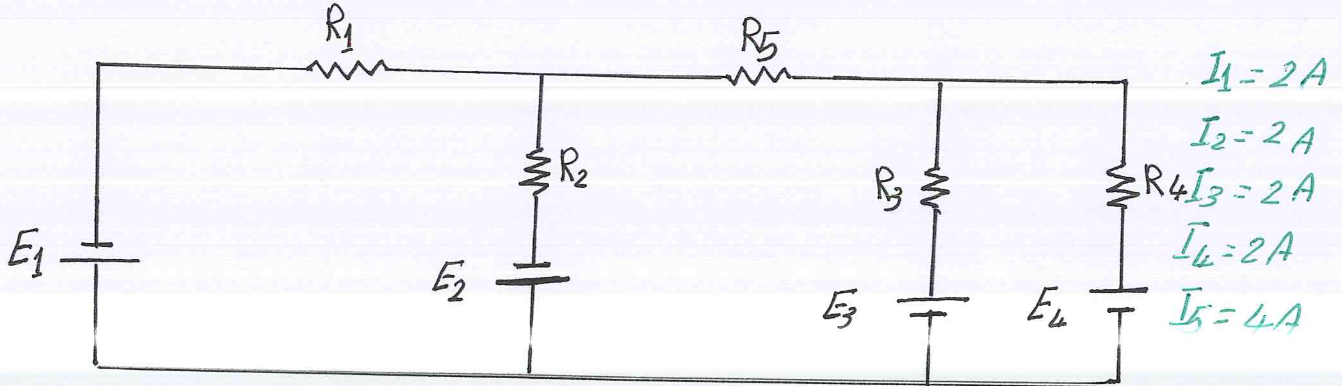
وظيفة 8 :

أوجد تيارات الفروع باستعمال طريقة ماكسويل وذلك في الدارة المبينة أدناه .

علماً أن :

$E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = 20V$

$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 5\Omega$



= · = · = · = · = · = · =

وظيفة 9 :

أوجد تيارات الفروع اعتماداً على نظرية التنضد :

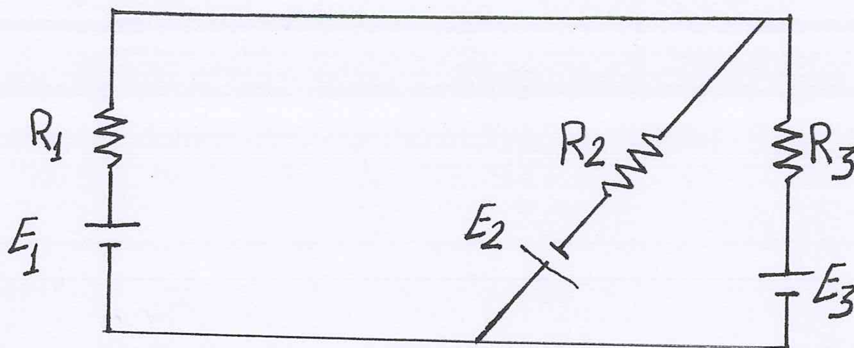
علماً أن :

$E_3 = E_1 = 50V$

$E_2 = 10V$.

$R_1 = 4\Omega$.

$R_2 = R_3 = 2\Omega$.



$I_1 = 6A$

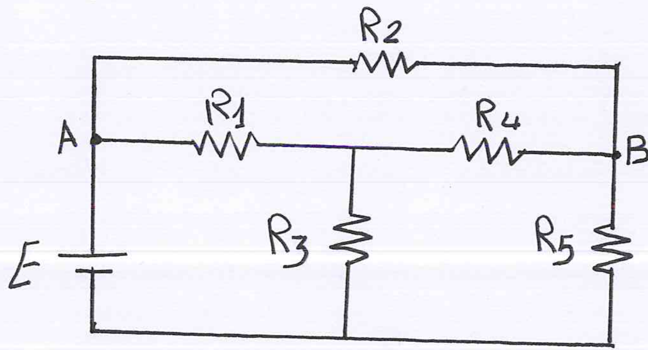
$I_2 = 18A$

$I_3 = 12A$

= · = · = · = · = · = · =

وظيفة 10 :

أوجد التيار المار في المقاومة R_2 باستخدام نظرية ثيفينين، علماً أن :



$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 5\Omega$

$E = 50\ V$

$I = 5A$

= . = . = . = . = . = . = . =

وظيفة 11 :

في المثال السابق أوجد التيار المار بالمقاومة R_2

باستخدام نظرية نورتون .

مستخدماً نتيجة المقاومة المكافئة المحسوبة للدارة السابقة

عند حساب التيار لنظرية ثيفينين .

= . = . = . = . = . = . =